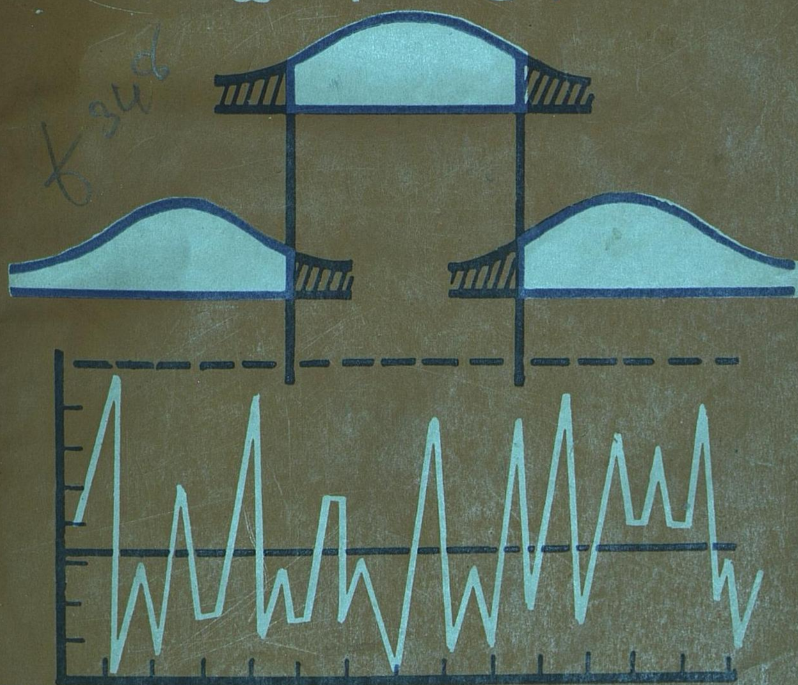
ள்ளியியல் முறையில் தரக் கட்டுப்பாடு

(Statistical Quality Control)

கோ. இராதாகிருஷ்ணன்





தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

த. பா. நி. (க.வெ.) வரிசை எண்—366

புள்ளியியல் முறையில் தரக் கட்டுப்பாடு

(பட்டப்படிப்பிற்குரியது)

[திருத்தப்பட்ட பாடத்திட்டத்தின்படி வெளியிடப்படுகிறது]

ஆசிரியர்
கோ. இராதாகிருஷ்ணன்,
புள்ளியியல் உதவிப் பேராசிரியர்,
திருநெல்வேலி மருத்துவக் கல்லூரி,
திருநெல்வேலி.





தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—October, 1972

T.N.T.B.S. (C.P.) No. 366

STATISTICAL QUALITY CONTROL

G. RADHAKRISHNAN

Price ***Rs.*** **3-25**

'Published by the Tamil Nadu Text Book Society under the Centrally Sponsored Scheme of Production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.'

Printed by
Kabeer Printing Works,
Madras-5.

அணிந்துரை

திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன்

(தமிழகக் கல்வி - உள்ளாட்சித்துறை அமைச்சர்)

தமிழைக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆக்கிப் பன்னிரண்டாண்டுகள் ஆகிவிட்டன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி.ஏ. வகுப்பு மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அனைத்தையும் தமிழிலேயே கற்று வந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புகுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1969ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப்படிப்பு வகுப்புகளிலும் அறிவியல் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்பிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். 'தமிழிலேயே கற்பிப்போம்' என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், பிற பல துறைகளிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உழைப்பு, தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் நூல்கள் எழுதித் தர முன்வந்த நூலாசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் காரணமாக இத் திட்டம் நம்மிடையே மகிழ்ச்சியும் மனநிறைவும் தரத்தக்க வகையில் நடைபெற்றுவருகிறது. இவ்வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்க்குத் தமிழிலேயே பயிற்றுவிப்பதற்குத் தேவையான பயிற்சியைப் பெறுவதற்கு மதுரைப் பல்கலைக்கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமுயற்சியைக் குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

பல துறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் நூல்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வரலாறு, அரசியல், உளவியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புவியியல், புவியமைப்பியல், மனையியல், கணிதம், இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல், விலங்கியல், தாவரவியல், பொறியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி நூல்கள், மொழி பெயர்ப்பு நூல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் வெளியிட்டுவருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்றான **'புள்ளியியல் முறையில் தரக் கட்டுப்பாடு'** என்ற இந் நூல் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் 366ஆவது வெளியீடாகும். இதுவரை 401 நூல்கள் வெளிவந்துள்ளன. இந் நூல் மைய அரசு கல்வி, சமூக நல அமைச்சகத்தின் மாநில மொழியில் பல்கலைக் கழக நூல்கள் வெளியிடும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்படுகிறது.

உழைப்பின் வாரா உறுதிகள் இல்லை; ஆதலின், உழைத்து வெற்றி காண்போம். தமிழைப் பயிலும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறந்த இடம் பெறவேண்டும். அதுவே தமிழன்னையின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பல்கலைக்கழகங்களின் பலவகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துழைப்புக்கும் நம் மனம்கலந்த நன்றி உரியதாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

பொருளடக்கம்

1. அறிமுகம்

புள்ளியியல் இன்று பயன்படாத துறையே இல்லை என்ற அள விற்கு எல்லாத் துறைகளிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது ; ஆராய்ச்சித் துறைகளில் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. புள்ளியியல் சோதனைகள் பெரும்பாலானவை ராண்டம் மாறுபாடுகளை மற்றைய மாறுபாடுகளினின்றும் பிரித்துக் காட்டும். இதே அடிப்படையை வைத்துத்தான் புள்ளியியல் முறை பொருள்களின் உற்பத்தித் துறை யிலும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. பொருள்களை உற்பத்தி செய்து கொண்டிருக்கும்போது பொருள்களின் தரத்தில் ஏற்படக்கூடிய மாறு பாடு ராண்டம் காரணங்களால் நிகழ்ந்துள்ளனவா, குறிப்பிடத் தக்க காரணங்களால் (assignable causes) நிகழ்ந்துள்ளனவா என்பதைப் புள்ளியியல் அடிப்படையில் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் காட்டும்.

கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் முதன்முறையாக வால்டர் ஸ்கூகார்ட் (Walter Schwhart) என்ற இயற்பியல் விஞ்ஞானியால் 1924ஆம் ஆண்டு கண்டுபிடிக்கப்பட்டன. அவர் இயற்பியல் ஆராய்ச்சிக்கான ஒரு பிரச்சினையை (problem) ஆராய்ந்து கொண்டிருக்கும்போது அந்த எண்களில் ராண்டம் வேறுபாடுகள் கலந்திருப்பதைக் கண்டார். புள்ளி யியல் முறையில் இந்த ராண்டம் மாறுபாடுகளுக்கு எல்லைக்கோடுகள் அமைத்தார். அந்தக் கோடுகளுக்கு உள்ளே அமையும் புள்ளிகள் ராண்டம் முறையில் மாறுபடும் அளவுகளாகும். அந்தக் கோடுகளுக்கு வெளியே விழும் புள்ளிகள் பெரும்பாலும் வேறு காரணங்களால் பாதிக்கப்பட்டவையா யிருக்கும். இந்த முறைகளைப்பற்றி 1931-ல் 'சிக்கன முறையில் உற்பத்திப் பொருள்களின் தரம்' (Economic Control of Quality of Manufactured Product) என்ற தலைப்பில் ஒரு புத்தகம் வெளியிட்டார். அதுவே இந்தத் துறையில் வெளிவந்த முதல் புத்தகம்.

கட்டுப்பாட்டு வரைகளின் அடிப்படைத் தத்துவம்: எந்த ஒரு வேறுபடும் அளவும் (X என்ற பொருளின் அளவு, $\overline{X}$ என்ற அதன் கூட்டுச் சராசரி, வீச்சு R, குறைப் பின்னம் P, குறைகளின் எண்ணிக்கை C) ஒரு பரவல் விதியின்படி நடப்பதாய் இருக்கும்—இயல்பான வேறுபாடுகளால் (Chance variation) மட்டும் பாதிக்கப்பட்டால் அது எந்தப் பரவல் விதிப்படி நடந்தாலும் கூட்டுச் சராசரி $\pm$ 3 திட்ட விலக்கம் (Arithmetic mean $\pm$ 3 standard deviation) என்ற இடைவெளிக்கு வெளியே மிகக் குறைவான அளவு புள்ளிகளே விழும். ஆகையால், இந்த அளவுகளில் கோடுகள் வரையப்பட்டால் இதற்குள் புள்ளிகள் விழும்போது உற்பத்தி இயல்பான வேறுபாட்டால் பாதிக்கப் படுகிறது என்று பொருள் கொள்ளலாம். ஏதேனும் ஒரு புள்ளி இந்த அளவுக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழுந்தால் அது ஏதோ குறிப்பிடத்தக்க காரணத்தால் (assignable cause) என ஐயப்பட்டு உற்பத்தி முறைகளைச் சோதனை செய்ய வேண்டும்.

புள்ளி, அளவு கோடுகளுக்கு அப்பால் விழுந்தால் அது உற்பத்தி குறிப்பிடத்தக்க காரணத்தினால் பாதிக்கப்பட்டதால்தான் என்று கொள்ளமுடியாது. சில சமயங்களில் இயல்பான வேறுபாடுகளால் மட்டும் பாதிக்கப்படும்போதும் அப்படி விழுவது உண்டு. இது போன்ற சமயங்களில் உற்பத்தித் துறையில் உள்ள பொறியியல் வல்லுநர்களையும், சம்பந்தப்பட்ட ஏனையோரையும் தேவையில்லாமல் தொந்தரவுபடுத்த வேண்டியிருக்கும். இதைத் தவிர்க்க வேண்டுமென்று அளவு கோடுகளை இன்னும் சற்று அகலமாகக் கூட்டுச் சராசரி $\pm$ 4 திட்ட விலக்கம் என்ற அளவில் வரைந்தால் தவிர்க்கத் தக்க காரணங்களால் உற்பத்தி பாதிக்கப்படும்போது கட்டுப்பாடு வரை ஒன்றையுமே காட்டாதிருக்கும். இதனால் குறிப்பிட்ட அளவுகள் இல்லாத பொருள்கள் உற்பத்தியாகிப் பொருள்களின் தரம் குறைந்து விடும். தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள் உற்பத்தியில் தலைகாட்டும் போதெல்லாம் உணர்த்தப்பட வேண்டுமென்றால் கூட்டுச் சராசரி $\pm$ 2 திட்ட விலக்கம் என்ற அளவில் ஒடுக்கமாக அளவு கோடுகளை வரைய வேண்டும். அதனால் தேவையில்லாமல் அடிக்கடி உற்பத்தித் துறையில் உள்ளோரைத் தொல்லைப்படுத்த வேண்டியிருக்கும். ஆக, ஒன்றைத் தவிர்க்க நினைத்தால் இன்னொன்று நேர்கிறது. இந்த இரண்டையும் பொருளாதாரக் கண்ணோட்டத்துடன் பார்த்துக் கூட்டுச் சராசரி $\pm$ 3 திட்ட விலக்கம் என்ற அளவுகள் அமைத்துள்ளனர். இந்த அளவுகள் மற்றவற்றைக் காட்டிலும் லாபகரமானவை என்று பல ஆண்டு ஆராய்ச்சிகளுக்குப் பின்னும் உறுதி செய்துள்ளனர்.

எனவே, சம்பந்தப்பட்ட அளவு ($\overline{X}$, R, P or C) இந்த அளவு கோடுகளுக்குள் விழுந்தால் உற்பத்தி, புள்ளியியல் முறையில் தரக்

கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்பட்டு இயங்கி வருகிறது என்று பொருள். இந்த முறையில் கட்டுப்பாட்டில் இருக்கும்போது உற்பத்தி இயல்பான வேறு பாடுகளால் மட்டும் பாதிக்கப்படுகிறது எனக் கொள்ளலாம். இந்த முறையில் கட்டுப்பாடுடன் நடைபெறும் உற்பத்தியின் நன்மைகள்: வேறு தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள் எதுவும் உற்பத்தியைப் பாதிக்க வில்லை யாதலால் நம்மால் இயன்ற அளவிற்கு நல்ல முறையில் உற்பத்தி செய்கிறோம் என்ற நிலை ஏற்படுகிறது. இந்த நிலையிலும் உற்பத்தி யாகிற பொருள்கள் குறிப்பிட்ட அளவு உள்ளவையால் தயாராகவில்லை யென்றால் அடிப்படையாகவே சில மாற்றங்கள் செய்தால்தான் முடியும். இந்த முறையில் தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள் யாவும் நீக்கப் பெறுவதால் முன்பு குறிப்பிட்ட அளவுள்ள பொருள்கள் தயாரிக்கப்படாமல் இருந் தாலும் கட்டுப்பாட்டிற்கு வந்த பிறகு அந்த அளவிற்குத் தயாரிப்பது சுலபமாயிருக்கலாம். கட்டுப்பாட்டு முறையில் தயாராகும் பொருள்கள் தரமானவையாயிருக்கும். இதனால் பொருள்களின் தரத்தைச் சோதனை செய்ய வேண்டிய அவசியம் குறைகிறது.

இதில் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகள் புள்ளியியலின் மற்றப் பிரிவுகளில் பயன்படுத்தப்படும் குறியீடுகளிலிருந்து சற்று வித்தியாச மாக இருக்கும். இந்தப் பிரிவிலுள்ள எல்லாப் புத்தகங்களுமே இந்தக் குறியீடுகளைத்தாம் பயன்படுத்துகின்றன. நடைமுறையில் உற்பத்தித் துறைகளிலும் இதுவே பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

2. மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைகள் (Control charts for Variables)

கட்டுப்பாட்டு வரைகள் X என்ற அளவிற்கு வரையும் முறைபற்றிப் பார்ப்போம். இது முறுக்காணியின் விட்டமோ அல்லது உருக்கின் இழு பலம் (Tensile strength) அல்லது இது போன்று உற்பத்தியாகும் பொருள்களின் குறிப்பிட்ட அளவாகும். உற்பத்தி நிலை கட்டுப்பாட்டுடன் இயங்குகிறதா எனப் புள்ளியியல் முறையில் பார்ப்பது நோக்கம். முன்பு குறிப்பிட்டதுபோல் எந்த ஒரு வேறுபடும் அளவிற்கும் கூட்டுச் சராசரி $\pm$ 3 திட்ட விலக்கம் என்ற அளவு கோடுகள் இதற்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தைக் கொடுக்கும். உற்பத்தியாகும் அளவுகளின் முழுமைத் தொகுதிக்கு (Population) கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$ என்று இருக்கட்டும். அதன் திட்டவிலக்கம் σ' என்று இருக்கட்டும். இதில் இரு சூழ்நிலைகள் உண்டு. ஒன்றில் $\overline{X}'$ σ' இவற்றின் மதிப்பு இதற்கு முன்பு நெடுங்காலமாய் நடந்த உற்பத்தியின் உதவியால் தெரிந்ததாய் இருக்கும். இரண்டாவது சூழ்நிலையில் இவற்றின் மதிப்புத் தெரியாதிருக்கும். அதனைத் தற்போது உற்பத்தியாகும் அளவுகளிலிருந்து மதிப்பிட வேண்டியிருக்கும்.

$\overline{X}'$ σ' இவற்றின் மதிப்புத் தெரிந்த நிலை: உற்பத்தியிலிருந்து குறிப்பிட்ட உருவ அளவுள்ள (sample size) [சாதாரணமாக 4 அல்லது 5] கூறுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு கூறுக்கும் கூட்டுச் சராசரி, வீச்சு, திட்டவிலக்கம் ($\overline{X}$, R, σ) ஆகியவை கணக்கிடப்படுகின்றன.

$\overline{X}$ வரையில்

மையக்கோடு (Centre line)	$= \overline{X}'$	என்ற அளவுகளில் கோடுகள் வரையப் படுகின்றன.
மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு (Upper control limit)	$= \overline{X}' + A\,\sigma_X'$	
கீழ் மட்டக் கட்டுப்பாடு (Lower control limit)	$= \overline{X}' - A\,\sigma_X'$	

இதே போன்று R-வரையின் அளவுகள்

மையக்கோடு	$= d_2\ \sigma_X'$
மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= D_2\ \sigma_X'$
கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= D_1\ \sigma_X'$

σ-வரையின் அளவுகள்

மையக் கோடு	$= C_2\ \sigma_X'$
மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= B_2\ \sigma_X'$
கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= B_1\ \sigma_X'$

இந்த அளவுகளுடன் வரைபடத்தில் கோடுகள் வரையப்படு கின்றன. உற்பத்தி முன்பு இருந்ததைப்போன்று கட்டுப்பாட்டில் இருந்தால் கூறுகள் $\overline{X}'$, σ_X' ஆகிய சுட்டுறுப்புகளை b உடைய முழுமைத் தொகுதியினின்று வரும் ராண்டம் கூறுகள்போல் இயங்கும். கட்டுப்பாட்டு வரையில் பெரும்பாலான கூறுப் பண்பளவைப் புள்ளிகள் எல்லைக் கோடுகளுக்கு உள்ளேயே விழும். மையக் கோட்டின் இரு புறமும் ஒரே சீரான முறையில் புள்ளிகள் விழும். உற்பத்தித் துறையில் மாற்றம் நிகழ்ந்தால் கூறுப் புள்ளிகள் திடீரென வேறு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து வந்ததுபோல் எல்லைக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழும். கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம்.

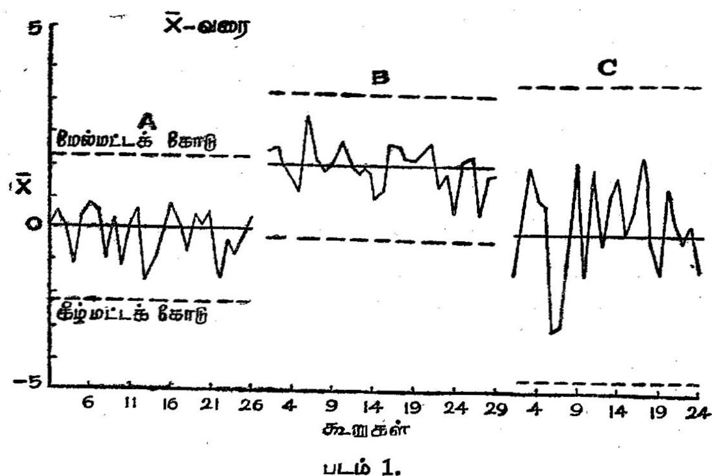
ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து சிறு கூறுகள் எடுக்கும் சோதனையில் அக் கூறுகளின் கூட்டுச் சராசரி, திட்டவிலக்கம், வீச்சு ஆகியவற்றின் பரவல் எப்படி இருக்கின்றன என்று காண்போம். பின் கொடுக்கப்பட்டுள்ளபடி 3 பரவல்கள் A, B, C உள்ளன. ஒவ்வொரு முழுமைத் தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி, திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. A என்ற முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கும் கூறு களின் தன்மையை அறிய ஓர் உருளையில் சம அளவுள்ள அட்டைகளில் 5 என்ற எண்ணை ஓர் அட்டையிலும் 4 என்ற எண்ணை மூன்று அட்டை களிலும் 3, 2, 1...ஆகிய எண்களை அவற்றின் அலைவெண்களுக்குரிய வாறு அட்டைகளில் எழுதி, மொத்தமாக உள்ள 200 அட்டைகளை உருளையில் போட்டு அதனை நன்கு சுழற்றிக் கூறுகள் எடுக்கப்படு கின்றன.

	A	B	C
11			
10			1
9			1
8			1
7		1	3
6		3	5
5	1	10	8
4	3	23	12
3	10	39	16
2	23	48	20
1	39	39	22
0	48	23	23
−1	39	10	22
−2	23	3	20
−3	10	1	16
−4	3		12
−5	1		8
−6			5
−7			3
−8			1
−9			1
−10			1
$\overline{X}'$	D	2·0	0
σ'	1·715	1·715	3·47
Total	200	200	201

ஒவ்வோர் அட்டையும் எடுக்கப்பட்டு அதிலுள்ள எண் குறிக்கப் பட்டு மீண்டும் உருளையில் போடப்பட்டுச் சுழற்றப்படுகிறது. இந்த முறையில் A என்ற முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 250 முறை எடுக்கப் பட்டு ஐந்து ஒரு கூறுக ஐம்பது கூறுகளில் தரப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு கூறுக்கும் $\overline{X}$, R, σ ஆகிய மதிப்புகள் கணக்கிடப்பட் டுள்ளன. இந்த மூன்று அளவுகளுக்கும் கட்டுப்பாட்டு வரை வரை வோம். மையக் கோடு கூட்டுச் சராசரியாகவும் மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு, கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகள் மையக் கோட்டிலிருந்து முறையே 3 திட்டவிலக்கம் மேலேயும் கீழேயும் இருக்கும்.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\overline{X}$	R	σ
1	0	1	0	0	−2	− ·2	3	·98
2	−1	2	1	2	−1	·6	3	1·36
3	−1	3	0	1	−2	·2	5	1·72
4	−5	1	0	0	−1	−1·0	6	2·10
5	0	2	1	1	−2	·4	4	1·36
6	3	−2	2	1	0	·8	5	1·72
7	−1	3	1	1	−1	·6	4	1·50
8	1	−1	−2	0	−3	−1·0	4	1·41
9	−1	0	1	−1	2	·2	3	1·17
10	−2	−5	−2	+2	1	−1·2	7	2·48
11	0	−2	1	1	1	·2	3	1·17
12	1	2	0	1	−1	·6	3	1·02
13	0	−2	−5	0	−1	−1·6	5	1·85
14	−2	0	1	0	−4	−1·0	5	1·79
15	3	−4	0	0	0	− ·2	7	2·23
16	1	1	1	−1	2	·8	3	·98
17	0	1	−1	0	1	·2	2	·75
18	−2	−2	3	−2	−1	− ·8	5	1·94
19	−2	2	2	−2	2	·4	4	1·96
20	0	0	1	1	−1	·2	2	·75
21	2	1	0	−1	1	·6	3	1·02
22	−2	−2	−1	−3	0	−1·6	3	1·02
23	−4	4	−2	0	0	− ·4	8	2·65
24	−2	−1	−1	0	0	− ·8	2	·75
25	0	0	1	−2	0	− ·2	3	·98
26	−1	0	1	3	−1	·4	4	1·50
27	−4	1	0	1	3	·2	7	2·32
28	1	0	4	0	−3	·4	7	2·24
29	−1	1	−2	−1	1	− ·4	3	1·20
30	2	2	−2	−4	0	− ·4	6	2·33
31	2	−1	0	−3	0	− ·4	5	1·62
32	0	−2	4	1	0	·6	6	1·96
33	1	1	0	2	0	·8	2	·75
34	−1	−3	0	1	1	− ·4	4	1·50
35	0	2	−1	−2	2	·2	4	1·60
36	0	−3	−1	2	−3	−1·0	5	1·90
37	−1	1	1	−1	−1	− ·2	2	·98
38	0	−2	1	1	−2	− ·4	3	1·36
39	−2	−3	2	0	0	− ·6	5	1·74
40	0	−3	0	0	0	− ·6	3	1·20

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\overline{X}$	R	σ
41	1	1	−3	−1	3	·2	6	2·04
42	−1	−1	2	1	−2	−·2	4	1·47
43	0	3	1	−4	−2	−·4	7	2·42
44	2	1	−1	−1	−1	0	3	1·26
45	1	0	−1	1	−1	0	2	·89
46	1	−1	3	0	0	·6	4	1·36
47	2	0	1	−3	−1	−·2	5	1·72
48	−1	−2	0	1	3	·2	5	1·72
49	−1	−1	0	1	0	−·2	2	·75
50	0	−2	0	−4	3	−·6	7	2·33



படம் 1.

$\overline{X}$ வரையின் அளவுகள்

மையக் கோடு $= \overline{X}' = 0$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{X}' + A\,\sigma_X'$

$= 0 + 1{\cdot}342\,(1{\cdot}715)$

$= 2{\cdot}30$

கீழ் மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{X}' - A\,\sigma_X'$

$= 0 - 1{\cdot}342\,(1{\cdot}715)$

$= -2{\cdot}30$

R-வரையின் அளவுகள்
மையக்கோடு $= d_2 \sigma_X' f$
$= 2{\cdot}326\ (1{\cdot}175)$
$= 3{\cdot}99$
மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_2 \sigma_X'$
$= 4{\cdot}918\ (1{\cdot}715)$
$= 8{\cdot}43$
கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_1 \sigma_X'$
$= 0\ (1{\cdot}715)$
$= 0$

σ-வரையின் அளவுகள்
மையக்கோடு $= C_2 \sigma_X'$
$= {\cdot}8407\ (1{\cdot}715)$
$= 1{\cdot}44$
மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= B_2 \sigma_X'$
$= 1{\cdot}756\ (1{\cdot}715)$
$= 3{\cdot}01$
கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= B_1 \sigma_X'$
$= 0\ (1{\cdot}715)$
$= 0$

[d_1, D_1, D_2, B_1, B_2, A, A_1, A_2 ஆகிய நிலையெண்களின் மதிப்பு கூறு உருவ அளவு n இனது பல மதிப்புகளுக்குக் கணிக்கப்பட்டுப் பட்டியலாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.]

இந்தக் கூறுகள் யாவும் ராண்டம் முறையில் குறிப்பிட்ட ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து வருவதால் $\overline{X}$, R, σ வரைகளில் கூறுப் புள்ளிகள் யாவும் கட்டுப்பாட்டு அளவு கோடுகளுக்குள் விழுவதைக் காணலாம் (படம் 1, 2, 3). இதேபோன்று B பரவல் C பரவல் ஆகியவற்றில் 50 கூறுகள் (கூறுக்கு 5 எண்ணிக்கை வீதம்) எடுத்து அதன் $\overline{X}$, R, σ மதிப்புகள் அடுத்த பக்கங்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

B பரவல்

கூறு எண்	$\overline{X}$	R	σ
1	2·54	4	1·62
2	2·6	3	1·02
3	1·8	6	2·14
4	0·4	2	0·80
5	1·4	5	1·74
6	3·6	3	1·02
7	2·2	2	·75
8	1·8	4	1·60
9	2·2	4	1·47
10	2·8	2	0·75
11	2·2	3	1·17
12	1·8	4	1·33
13	2·0	3	1·10
14	1·8	3	1·10
15	2·0	6	2·32
16	1·0	2	·98
17	1·2	3	1·20
18	2·8	1	·49
19	2·6	3	1·17
20	1·6	4	1·50
21	2·8	6	2·23
22	1·4	1	·49
23	2·2	3	1·17
24	·6	3	1·02
25	2·2	4	1·47
26	2·4	3	1·02
27	·6	3	1·20
28	1·8	2	·75
29	2·4	4	1·60
30	1·8	1	·49
31	1·6	4	1·50
32	1·8	3	1·17
33	1·6	4	1·36
34	2·6	3	1·02
35	1·6	4	1·36
36	3·4	3	1·02
37	2·6	4	1·36
38	2·2	2	·75
39	2·4	3	1·02
40	2·0	4	1·41

C பரவல்

கூறு எண்	$\overline{X}$	R	σ
1	−1·4	6	2·24
2	·6	4	1·50
3	2·0	6	2·00
4	1·2	10	4·31
5	−·8	6	2·48
6	−3·0	9	3·46
7	−2·8	7	2·48
8	·2	9	3·12
9	2·2	8	2·79
10	−1·2	11	3·87
11	2·0	4	1·55
12	−·2	8	2·93
13	1·2	8	2·93
14	1·8	11	4·21
15	0·0	11	3·74
16	·8	8	2·79
17	2·4	13	4·32
18	−·4	5	1·85
19	−1·4	7	2·42
20	1·4	9	3·38
21	·4	9	3·26
22	−·2	8	2·79
23	·2	8	2·93
24	−1·2	13	4·96
25	1·8	8	2·86
26	3·8	4	1·47
27	−1·2	10	3·37
28	1·2	7	2·48
29	·6	4	1·50
30	1·4	7	2·42
31	1·4	8	2·87
32	0·0	9	3·74
33	−·6	6	1·96
34	−1·8	6	2·14
35	1·2	14	4·96
36	·2	9	3·06
37	−2·8	10	3·43
38	−2·6	7	2·73
39	−2·2	7	2·79
40	−0·2	13	4·58

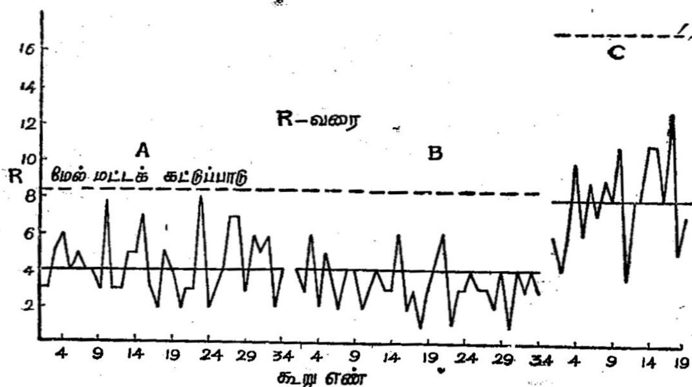
கூறு எண்	$\overline{X}$	R	σ
41	2·0	2	·63
42	3·8	5	1·83
43	1·4	3	1·36
44	2·0	3	1·10
45	3·0	2	·63
46	1·2	4	1·60
47	2·8	6	2·14
48	·8	8	2·64
49	2·2	6	2·14
50	1·8	4	1·60

கூறு எண்	$\overline{X}$	R	σ
41	−2·2	3	·98
42	−·8	10	4·02
43	1·4	10	3·44
44	1·0	5	1·90
45	2·8	9	3·31
46	−·2	5	1·72
47	1·2	11	4·12
48	1·6	7	2·42
49	−·8	6	2·14
50	1·0	5	1·90

* A, B, C ஆகிய மூன்று பரவல்களிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட கூறுப்புள்ளிகள் ஒரே வரைபடத்தில் கட்டுப்பாட்டு வரைகளாக வரையப்படுகின்றன (படங்கள் 1, 2, 3). A பரவல் B பரவல் ஆகிய வற்றின் படங்களைப் பார்த்தால் R, σ ஆகியவற்றின் படங்கள் இரண்டிலும் ஒரே அளவுள்ள மையக்கோடு, கீழ், மேல் அளவு கோடுகள் உள்ளனவையாயிருக்கின்றன. ஏனெனில் இரு பரவலுக்கும் σ' ஒன்று தான். ஆனால் $\overline{X}'$ இரண்டிற்கும் வெவ்வேருய் இருப்பதால் அதன் அளவு கோடுகள் வித்தியாசப்படுகின்றன. Bயினது மையக்கோடு A-யினது உயர்மட்டக் கோட்டை அடுத்திருக்கிறது. உதாரணமாக ஓர் உற்பத்தித் துறையில் A பரவல் போன்ற முழுமைத் தொகுதி ($\overline{X}'=0$, $\sigma'=1{\cdot}715$) உற்பத்தியாகிக் கொண்டிருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். திடீரெனச் சில தவிர்க்கக்கூடிய காரணங்களின் தலையீட்டால் உற்பத்தியின் மையத்திறனில் (process average) சிறு மாறுதல் விளைந்து B பரவல் போன்ற முழுமைத் தொகுதியி லுள்ளதைப்போல் உற்பத்தி நடைபெறுகிறது என்று ஏற்பட்டால் அந்த மாற்றம் R அல்லது σ வரைபடங்களில் காணப்படாது. கூறு களின் எல்லாப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்குள்ளேயே இருக்கும். ஆனால் $\overline{X}$-வரைபடத்தில் புள்ளிகள் மையக்கோட்டிற்கு மேலேயே எல்லாப் புள்ளிகளும் விழ ஆரம்பிக்கும். ஒன்றிரண்டு புள்ளிகள் மேல்மட்டக் கோட்டிற்கு மேலேயும் விழும். இதிலிருந்து உற்பத்தியின் மையத்திறனில் மாறுதல் விளைந்துள்ளதைக் கண்டு கொள்ளலாம்.

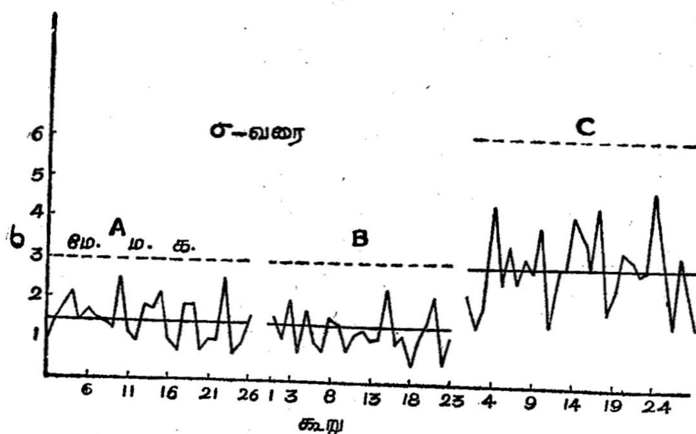
* இந்தக் கூறுச் சோதனை பேராசிரியர் பர் (Burr) எழுதிய 'Engineering Statistics and Quality Control' என்ற நூலிலிருந்து Mc Graw-Hill கம்பெனியாரின் அனுமதி பெற்று எடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

இதேபோல் A-ன் படத்தையும் C-ன் படத்தையும் பார்த்தால் $\overline{X}$, R, σ ஆகிய மூன்று படங்களின் அளவுகளும் வித்தியாசமாய் இருப்பதைப் பார்க்கலாம். ஏனெனில் $\overline{X}'$, σ' என்ற சுட்டுறுப்புகள்



படம் 2.

இரண்டிற்கும் வெவ்வேருக உள்ளன. முந்திய உதாரணத்தைப்போல் இப்போதும் உற்பத்தி A-லிருந்து C-க்கு மாறினுல் ஏற்பட்டுள்ள மாறுதல் மூன்று படங்களிலும் தெரியும். மூன்றிலும் கூறுப்புள்ளிகள்



படம் 3.

மட்டக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழ ஆரம்பிக்கும். இதிலிருந்து கட்டுப்பாட்டு வரைகள் உற்பத்தியின் மையத்திறனில் மாறுதல் விளைந்தாலும், திட்ட விலக்கத்தில் மாறுதல் ஏற்பட்டாலும் உடனடியாக

உணர்த்திவிடுகிறது எனத் தெரிந்து கொள்ளலாம். அப்படித் தெரியும்போது அதற்கான காரணங்களைக் கண்டுபிடித்து நீக்கிவிட்டால் உற்பத்தி பழைய முறையில் ஒரே தரமான பொருள்களை உற்பத்தி செய்து கொண்டிருக்கும். இந்த மூன்று படங்களிலிருந்து R-னது படமும் σ-னது படமும் ஒன்றுபோல் இருப்பதைத் தெரிந்து கொள்ளலாம். ஆகையால், உற்பத்தியின் திட்டவிலக்கத்தைத் தெரிந்து கொள்ள ஏதேனும் ஒன்றைப் பயன்படுத்தினால் போதும். வீச்சுக் கட்டுப்பாட்டுப் படம் சுலபமாயிருப்பதால் அதனையே பெரும்பாலும் பயன்படுத்துகின்றனர்.

$\overline{X}'$, σ' இவற்றின் மதிப்புத் தெரியாத நிலை: $\overline{X}'$, σ' ஆகியவற்றின் மதிப்பு தெரியாதபோது அதைத் தற்போது உற்பத்தியாகும் பொருள்களிலிருந்து மதிப்பிட வேண்டும். உற்பத்தியிலிருந்து 25 கூறுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு கூறிலும் 4 அல்லது 5 X அளவுகள் இருக்கும். இந்த 25 கூறுகளுக்குரிய $\overline{X}_1$ R_1 σ ஆகியவற்றைக் கணித்துக் கொள்ளலாம். இவைகளின் அடிப்படையில் முழுமைத் தொகுதியின் $\overline{X}_1'$ σ' ஆகியவை மதிப்பிடப்படுகின்றன. $\overline{X}'$-ன் மதிப்பீடு (estimate),

$$\hat{\overline{X}}' = \overline{\overline{X}} = \frac{\overline{X}_1 + \dots\dots + \overline{X}_K}{K}$$

K = கூறுகளின் எண்ணிக்கை (இங்கு K-ன் மதிப்பு 25)

$$\overline{R} = \frac{R_1 + \dots\dots + R_K}{K}$$

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_K}{K}$$

இந்த முறையில் $\overline{X}$ வரைபடத்திற்கான அளவுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

மையக் கோடு $= \overline{\overline{X}}$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{\overline{X}} + A_2\,\overline{R}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{\overline{X}} - A_2\,\overline{R}$

R-வரையின் அளவுகள்

மையக் கோடு $= \overline{R}$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_4\,\overline{R}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_3\,\overline{R}$

$\overline{X}_1$ σ வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டால் அவற்றிற்கான அளவுகள் :

$\overline{X}$ வரை

மையக் கோடு $= \overline{\overline{X}}$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{\overline{X}} + A_1 \overline{\sigma}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{\overline{X}} - A_1 \overline{\sigma}$

σ-வரைபடம்

மையக் கோடு $= \overline{\sigma}$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= B_4 \overline{\sigma}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= B_3 \overline{\sigma}$

A_1, A_2, B_3, B_4, D_3, D_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புக் குறிப்பிட்ட n என்ற எண்ணிற்கு $n=1, 2, 3,\ldots\ldots$ பட்டியலில் தரப்பட்டுள்ளன.

முதலில் எடுத்த 25 கூறுகளின் அடிப்படையில் $\overline{X}$, R இவற்றின் வரைபடம் வரைதல் வேண்டும். இவற்றில் மட்டக் கோடுகளுக்குள் எல்லாப் புள்ளிகளும் விழுந்தால் உற்பத்தி புள்ளியியல் முறையில் கட்டுப்பாட்டுடன் இயங்குகிறது எனக் கொள்ளலாம். அன்றி, ஒன்றிரண்டு புள்ளிகள் மட்டக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழுந்தால் அவற்றிற்கான காரணம் ஆராயப்பட்டு, இருந்தால் நீக்கப்பட வேண்டும். இதன் பிறகு, மேலும் 25 கூறுகள் எடுத்து இதனுடன் சேர்த்து உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருக்கிறதா என்று பார்க்கவேண்டும். இருந்தால், கூறு எடுப்பதை அதிக நேரத்திற்கு ஒன்ருக வைத்துக் கொள்ளலாம். உற்பத்தி கட்டுப்பாடாய் இருப்பதாகக் காட்டிக் கொண்டிருக்கும்போது ஓரிரு புள்ளிகள் எல்லைக் கோடுகளுக்கு வெளியே விழுந்தால் கூறுகளை அடிக்கடி எடுத்துச் சோதிக்க வேண்டும். தவிர்க்கக்கூடிய காரணங்கள் இருந்தால் நீக்க வேண்டும். குறிப்பிட்ட நாள்களுக்கு ஒருமுறை புதிதாகக் கட்டுப்பாடு வரைகள் புதிய கூறுகளின் அடிப்படையில் தயாரிக்க வேண்டும்.

உற்பத்தியும் குறியளவும்
(Production and Specification)

உற்பத்தியின் முக்கிய நோக்கம் குறிப்பிட்ட அளவுள்ள பொருள்களைத் தயாரிப்பது. உற்பத்தி புள்ளியியல் முறையில் கட்டுப்பாட்டில் இருந்தால்மட்டும் போதாது. குறியளவுடன் கூடிய பொருள்களைத் தயாரிக்க வேண்டும். உற்பத்தி இந்த முறையில் பொருள்களைத்

தயாரிக்கிறதா எனக் காணல் வேண்டும். தனிப் பொருள்களுக்குத்தான் அளவுகள் கொடுக்கப்படுகின்றன. ஆகையால், இந்த அளவுகளை $\overline{X}$-வரைபடத்தில் குறிப்பதில்லை. உற்பத்தி கட்டுப்பாடாக இயங்கிக் கொண்டிருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். இந் நிலையில் உற்பத்தி இயல்பான வேறுபாடுகளால் மட்டும் பாதிக்கப்பட்டு ஒரு முழுமைத் தொகுதியைச் சேர்ந்த அளவுகளையே உற்பத்தி செய்து கொண்டிருக்கும். அந்த முழுமைத் தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$ என்றும் திட்ட விளக்கம் σ' என்றும் இருக்கட்டும். இந்த இரண்டு சுட்டுறுப்புகளையும் கூறுகளின் துணைகொண்டு மதிப்பிடுதல் வேண்டும்.

$$E\,\overline{X} = \overline{X}'$$

ஆகையால் $\overline{\overline{X}}$ என்பது $\overline{X}'$-ன் மதிப்பீடு ஆகும்.

$$E\,R = d_2\,\sigma'$$

$$E\,\frac{R}{d_2} = \sigma'$$

$$E\,\frac{\overline{R}}{d_2} = \sigma'$$

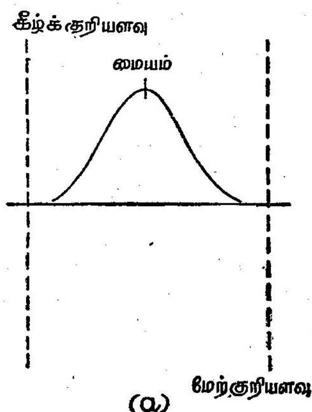
எனவே $\frac{\overline{R}}{d_2}$ என்பது σ'-ன் சார்பில்லாத மதிப்பீடு (unbiased estimate) ஆகும். இதேபோல் $\frac{\overline{\sigma}}{C_2}$ என்பது σ'-ன் சார்பற்ற மதிப்பீடு ஆகும்.

$$\text{ஆக}\quad \hat{\overline{X}}' = \overline{\overline{X}}$$

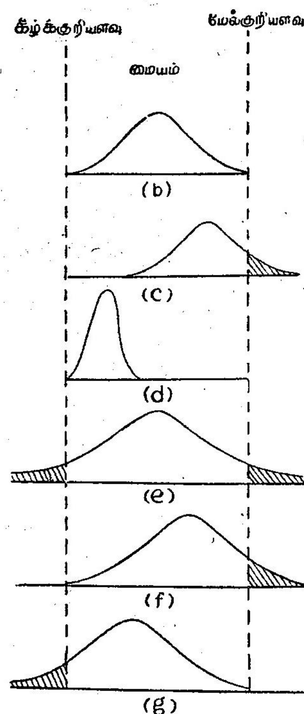
$$\hat{\sigma}' = \frac{\overline{R}}{d_2} \text{ அல்லது } \frac{\overline{\sigma}}{C_2}$$

உற்பத்தியாகும் முழுமைத் தொகுதியின் பெரும்பான்மையான அளவுகள் $\overline{X}' \pm 3\sigma'$ என்ற எல்லைகளுக்குள் அடங்கியிருக்கும். அது இயல்நிலைப் பரவலாயிருந்தால் 10,000 அளவுகளுக்கு 9973 அளவுகள் இந்த எல்லைகளுக்குள் அடங்கியிருக்கும். இங்கே $\overline{X}'$, σ' ஆகியவற்றின் உண்மையான மதிப்புத் தெரியாது. அவற்றின் மதிப்பீடுகள் தாம் உள்ளன. இந்த மதிப்பீடுகளின்படி இந்த அளவு $\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{R}}{d_2}$ அல்லது $\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{\sigma}}{c_2}$ என்றிருக்கும். இந்த அளவுகள் பொருளின் உற்பத்திக்குக் குறிக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு உள்ளடங்கி யிருந்தால்

உற்பத்தியில் பெரும்பான்மை குறிப்பிட்ட அளவுள்ளவையாயிருக்கும். உதாரணமாக ·8900″ ± ·0005″ என்பது உற்பத்திக்குக் குறிப்பிட்ட அளவாக இருந்து $\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{R}}{d_2}$ என்ற அளவுகள் (0·8903, ·8886) என்று இருந்தால் உற்பத்தியில் பெரும்பான்மை குறிப்பிட்ட அளவுகளுடன் இருக்கும். உற்பத்தியாகும் பொருள்களுக்கும், கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் குறியளவுகளுக்கும் (specifications) ஏற்படும் சில ஏறுமாறான நிலைகளைப் பார்ப்போம். (a)-ல் உள்ளது போன்ற நிலையில் உற்பத்தி குறிப்



படம் 4.



படம் 5.

பிட்ட அளவுள்ள பொருள்கள் உற்பத்தி செய்கிறது. உற்பத்தியாகும் அளவுகளின் பரவல் குறியளவுகளுக்கு நன்கு உள்ளடங்கியிருப்பதால் உற்பத்தியின் சராசரித் திறனில் அல்லது மையத்திறனில் சிறிதளவு மாற்றம் ஏற்பட்டால் கூடக் குறியளவுகளைப் பாதிக்காது. (b)-ல் 6σ′ குறிப்பிட்ட அளவிற்குச் சரியாக இருக்கிறது. சராசரி உற்பத்தித் திறனில் சிறிதளவு மாற்றம் ஏற்பட்டாலும் உற்பத்தி குறியளவிலிருந்து மாறுபட்டதாய் இருக்கும். (c)-ன் திட்ட விலக்கமும் (b)-ன் திட்ட

விலக்கமும் ஒன்ருக இருந்தாலும் சராசரி உற்பத்தித் திறன் குறிப்பிட்ட உற்பத்தித் திறனைவிட அதிகமாக உள்ளது. இந்நிலையில் உற்பத்தி மைய்த் திறனைக் குறைத்ததாக வேண்டும். (d)யில் $6\sigma'$ கீழ் அளவு மேல் அளவு வித்தியாசத்தில் நன்கு அடங்கிக் கீழ் அளவை ஒட்டி யுள்ளது. கீழ் அளவை ஒட்டியிருந்தால் பொருள்கள் பெரிதும் விரும்பப் படும் என்றிருந்தால் இந்த நிலையை நீடிக்கலாம். (1)யில் உற்பத்தியின் மையத் திறன் கொடுக்கப்பட்ட மையத்தில் இருந்தாலும் $6\sigma'$ அளவு மிகப் பெரிதாய் உள்ளது. குறியளவிற்கு மேலும் கீழும் பொருள்கள் உற் பத்தியாகும். ஆகையால் உற்பத்தியின் திட்ட விலக்கத்தைக் குறைக்க வேண்டும். (f), (g) ஆகிய இரண்டிலும் $6\sigma'$ (1)ஐப் போன்றுள்ளது. ஆனல் மையம் மாறியுள்ளது. இந்த நிலையில் மையத்திறன் கொடுக்கப் பட்ட மையத்துடன் சேரும்படி அமைக்கவேண்டும். திட்ட விலக்கத் தையும் குறைக்கவேண்டும்.

நிலையெண்கள் $A_1 A_1 A_1$......ஆகியவற்றின் வாய்பாடுகள்

X ஒரு இயல் நிலைப் பரவலின்படி நடந்தால் அதன் கூறுச் சராசரி $\overline{X}$ இயல் நிலைப் பரவலின்படி நடக்கும். X இனது சுட்டுறுப்புகள் $\overline{X}'$, σ' என்றிருந்தால் $\overline{X}$ இனது சுட்டுறுப்புகள் $\overline{X}'$, $\frac{\sigma'}{\sqrt{n}}$ என்றிருக்கும். n கூறினது உருவ அளவைக் குறிக்கிறது.

ஆகையால் $\overline{X}' \pm 3\sigma_{\overline{X}} = \overline{X}' \pm \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}}$

இவைகளை $\overline{X}' \pm A\sigma'$ எனக் குறிப்பிடுவது மரபு.

எனவே இங்கு Aயின் மதிப்பு $3/\sqrt{n}$ ஆகும். முழுமைத் தொகுதி யின் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$, திட்ட விலக்கம் σ' தெரியாத நிலையில் அவை கூறுகளின் அடிப்படையில் மதிப்பிடப்படுகின்றன. அந்த முறையில்

$$\hat{\overline{X}}' = \overline{\overline{X}} = \frac{\overline{X}_1 + \cdots\cdots + \overline{X}_K}{K}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d_2} \text{ அல்லது } \frac{\overline{\sigma}}{c_2}$$

இந்த நிலையில் கட்டுப்பாடுக் கோடுகள்.

$$\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\hat{\sigma}'}{\sqrt{n}} = \overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{\sigma}}{\sqrt{n}\,c_2} \text{ என்றிருக்கும்.}$$

$$= \overline{\overline{X}} \pm A_1 \overline{\sigma}$$

இதேபோல் $\overline{R}$ ஐப் பயன்படுத்தினால்

$$\overline{\overline{X}} \pm \frac{3\overline{R}}{\sqrt{n}\,d_2} \quad \text{என்றிருக்கும்}$$

$$= \overline{\overline{X}} \pm A_2 \overline{R}$$

எனவே $A_1 = \dfrac{3}{\sqrt{n}\,c_2} \quad A_2 = \dfrac{3}{\sqrt{n}\,d_2}$

அடுத்து σ^{-2} இன் கூறுப் பண்புப் பரவலைப் பார்ப்போம்.

$$P(\sigma^{-2})\,d\sigma^{-2} = \left(\frac{n}{2\sigma'^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{n\sigma^{-2}}{2\sigma'^2}} \times (\sigma^{-2})^{\frac{n-3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}}\, d(\sigma^{-2})$$

$$\frac{d\sigma^{-2}}{d\sigma^{-}} = 2\sigma^{-} \qquad d\sigma^{-2} = 2\sigma^{-}d\sigma^{-}$$

$$\therefore\ P(\sigma^{-})d\sigma^{-} = \left(\frac{n}{2\sigma'^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{n\sigma^{-2}}{2\sigma'^2}} (\sigma^{-2})^{\frac{n-3}{2}} \frac{2\sigma^{-}}{\sqrt{\left(\frac{n-1}{2}\right)}}\, d\sigma^{-}$$

$$= \frac{n^{\frac{n-1}{2}}}{2^{\frac{n-3}{2}}} \; \frac{e^{-\frac{n\sigma^{-2}}{2\sigma'^2}}}{\sigma'^{\,n-1}\sqrt{\frac{n-1}{2}}}\, \sigma^{-\,n-3}\, 2\sigma^{-}d\sigma^{-}$$

$$E\sigma^{-m} = \int_0^\infty \sigma^{-m}\, P(\sigma^{-})\, d\sigma^{-}$$

$$= \int_0^\infty \frac{n^{\frac{n-1}{2}}}{2^{\frac{n-3}{2}}} \; \frac{e^{-\frac{n\sigma^{-2}}{2\sigma'^2}}}{\sigma'^{\,n-1}\sqrt{\frac{n-1}{2}}}\, \sigma^{-\,m+n-3}\, 2\sigma^{-}d\sigma^{-}$$

$$V = \frac{n\sigma^{-2}}{2\sigma'^2} \quad \sigma^{-} = \sqrt{\frac{2\sigma'^2 V}{n}}, \quad 2\sigma^{-}d\sigma^{-} = \frac{2\sigma'^2}{n}\, dV$$

$$E\sigma^{m} = \int_0^\infty \left(\frac{2\sigma'^2 V}{n}\right)^{\frac{m}{2}+\frac{n-3}{2}} \left(\frac{n}{2\sigma'^2}\right)^{\frac{n-1}{2}} \frac{e^{-V}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}} \times \frac{2\sigma'^2}{n}\, dV$$

$$= \left(\frac{2\sigma'^2}{n}\right)^{\frac{m}{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}} \int_0^\infty V^{\frac{m}{2}+\frac{n-1}{2}-1} e^{-V}\, dV$$

$$= \left(\frac{2\sigma'^2}{n}\right)^{\frac{m}{2}} \frac{\sqrt{\left(\frac{m}{2}+\frac{n-1}{2}\right)}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}}$$

$m = 1$ என்று இருக்கையில்

$$E\sigma = \bar{\sigma} = \left(\frac{2\sigma'}{n}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{n}}\ \frac{\sqrt{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}}\, \sigma'$$

$$= C_2\, \sigma' \quad \left[C_2 = \sqrt{\frac{2}{n}}\ \frac{\sqrt{\frac{n}{2}}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}} \right]$$

$$E\sigma^2 = \frac{n-1}{n}\, \sigma'^2$$

கூறின் திட்ட விலக்கத்தின் பரவலுக்கு

$$\text{திட்டவிலக்கம்} = \sigma_{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{n-1}{n} - \frac{2}{n}\ \frac{\sqrt{\frac{n}{2}}^{\,2}}{\sqrt{\frac{n-1}{2}}^{\,2}}} \times \sigma'$$

$$= C_3\ \sigma' \qquad C_3 = \sqrt{\frac{n-1}{n} - C_2^2}$$

திட்டவிலக்கத்திற்கு மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு

$$= \overline{\sigma}' + 3\sigma'$$
$$= C_2 \sigma_X' + 3C_3\sigma_X'$$
$$= (C_2 + 3C_3)\,\sigma_X'$$
$$= B_2\,\sigma_X' \quad (B_2 = C_2 + 3C_3)$$

இதேபோன்று $B_1 = C_2 - 3C_3$

σ'இன் மதிப்பு தெரியாதபோது அதன் மதிப்பீடு $\hat{=}' = \frac{\overline{\sigma}}{C_2}$ பயன் படுத்தப்படுகிறது. அப்போது மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு

$$= (C_2 + 3C_3)\,\sigma_X'$$
$$= (C_2 + 3C_3)\,\frac{\overline{\sigma}}{C_2}$$
$$= \left(1 + \frac{3C_3}{C_2}\right)\overline{\sigma}$$
$$= B_4\,\overline{\sigma} \quad \left(B_4 = 1 + \frac{3C_3}{C_2}\right)$$

இதேபோன்று $B_3 = 1 - \frac{3C_3}{C_2}$

வீச்சின் கூறுப் பண்புப் பரவல் துணைகொண்டு இதேபோன்று d_2, D_2, d_3, D_3, D_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

$$\overline{R}' = d_2\sigma_X'$$
$$\sigma_R' = d_3\sigma_X'$$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{R}' + 3\sigma_R'$

$$= (d_2 + 3d_3)\sigma_X'$$
$$= D_2\,\sigma_X'$$

இதேபோன்று $D_1 = d_2 - 3d_3$

σ_X'இன் மதிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தினால்

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{R}' - 3\sigma_R'$

$$= (d_2 + 3d_3)\sigma_X'$$
$$= (d_2 + 3d_3)\overline{R}\,/d_2$$
$$= (1 + 3d_3/d_2)R$$
$$= D_4\,\overline{R}$$

இதேபோன்று $D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2}$

$$D_2 = D_4 d_2$$
$$D_1 = D_3 d_2$$

[திரு. இ. எஸ். பியர்ஸன் என்பவர் $n = 2, 3, 4......100$ போன்ற உருவ அளவுள்ள கூறுகளுக்கு $\overline{R}'$, $\sigma_R{}'$ ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் கண்டுபிடித்துப் பட்டியலாக்கியுள்ளார்.]

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு : ஒரு பொருளின் குறியளவுகள் ·6000″ ± ·0008″ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பட்டறையில் உற்பத்தியாகும் பொருள்களிலிருந்து 25 கூறுகள் (கூறுக்கு 5 பொருட்கள்) எடுத்து அளக்கப்பட்டன. உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா? இருந்தால் குறியளவைப் பூர்த்தி செய்கிறதா எனக் காண்க.

அளவுகள் ·6000″க்கு உள்ள வித்தியாசமாக ·0001″ என்ற அளவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\overline{X}$	R
1	2	3	4	5	−3	2·2	8
2	3	6	8	−1	−1	1·4	9
3	−3	7	6	−3	−6	0·2	13
4	4	3	0	3	2	2·4	4
5	2	1	3	4	6	3·2	5
6	7	4	2	0	3	3·2	7
7	−2	3	4	2	2	1·8	6
8	4	5	1	1	3	2·8	4
9	2	1	−1	0	0	0·4	2
10	6	5	7	9	4	6·2	5
11	0	3	4	1	−3	1·0	7
12	1	−3	2	2	4	1·2	7
13	2	3	4	0	0	1·8	4
14	4	0	2	1	5	2·4	5
15	3	−1	2	4	3	2·2	5
16	0	3	2	1	2	1·6	3
17	5	3	2	1	0	2·2	5
18	4	−3	0	−1	2	0·4	5
19	3	0	2	2	4	2·2	4
20	2	1	0	−2	5	1·2	7
21	3	1	0	2	4	2·0	4
22	2	0	−1	0	3	0·0	4
23	1	−3	0	−2	4	0·0	7
24	3	4	7	3	0	3·4	7
25	0	1	2	1	4	1·6	4
						47·0	141

$\overline{X} = \frac{47 \cdot 0}{25} = 1 \cdot 9$ $\qquad$ $\overline{R} = \frac{141}{25} = 5 \cdot 6$

$\overline{X}$-வரைக்கான அளவுகள்

மையக்கோடு $= 1 \cdot 9$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 1 \cdot 9 + A_2 \overline{R}$

$= 1 \cdot 9 + (\cdot 577)\ 5 \cdot 6$

$= 1 \cdot 9 + 3 \cdot 181$

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில் $\cdot 60019'' + \cdot 000318$

$= \cdot 60051''$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 1 \cdot 0 - 3 \cdot 181$

கொடுக்கப்பட்ட அளவில் $= \cdot 60019 - \cdot 0003181$

$= \cdot 59987$

R-வரையின் அளவுகள்

மையக்கோடு $= \overline{R} = 5 \cdot 6$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_4 \overline{R}$

$= 2 \cdot 115\ (5 \cdot 6)$

$= 11 \cdot 84$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 0$

கட்டுப்பாட்டு வரையில் $\overline{X}$-வரையில் 10வது கூறுப்புள்ளியும் R-வரையில் 3வது கூறுப்புள்ளியும் கட்டுப்பாட்டில் இல்லை. இதற்கான காரணத்தைக் கண்டுபிடித்து இருந்தால் நீக்கவேண்டும். அவ்வாறு நீக்கியதாக வைத்துக்கொண்டு அந்த இரு கூறுகளையும் நீக்கிவிட்டு மீதமுள்ள 23 கூறுகளுக்கு $\overline{X}_1$ Rவரை வரையப்படுகிறது. (சாதாரணமாக $\overline{X}_1$ R படங்கள் ஒரே படத்தில் வரையப்படுகின்றன. இவற்றின் கூறுப் புள்ளிகளை பெரும்பாலானோர் நேர்கோட்டால் இணைப்பதில்லை.

கூறுகளை நீக்கியபின் $\overline{X}$-வரை அளவுகள்

$\overline{\overline{X}} = \frac{40 \cdot 6}{3} = 1 \cdot 76$ $\qquad$ $\overline{R} = \frac{123}{23} = 5 \cdot 34$

மையக்கோடு $= 1 \cdot 76$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 1 \cdot 76 + \cdot 577 \times 5 \cdot 34$

$= 1 \cdot 76 + 3 \cdot 06$

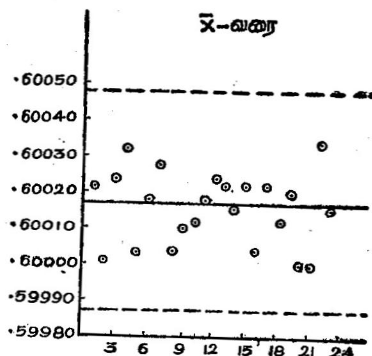
கொடுத்த அளவில் $= \cdot 600176'' + \cdot 000306''$

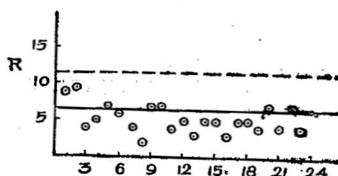
$= \cdot 600482''$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 1{\cdot}76 - 3{\cdot}06$

கொடுத்த அளவில் $= {\cdot}600176'' - {\cdot}000306''$

$= {\cdot}599870''$





படம் 6.

R-வரையின் அளவுகள் :

மையக் கோடு $= \overline{R} = 5{\cdot}34$

மேல் மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_4\,\overline{R}$

$= 2{\cdot}115\ (5{\cdot}34)$

$= 10{\cdot}294$

கீழ் மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 0$

இப்போது இரு வரைகளிலும் எல்லாப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைகளைத் தாண்டாமல் உள்ளேயே விழுகின்றன. உற்பத்தி புள்ளியியல் முறையில் கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது.

அடுத்து உற்பத்தி குறியளவைப் பூர்த்தி செய்கிறதா எனப் பார்க்க வேண்டும். உற்பத்தியின் திட்டவிலக்கத்தின் மதிப்பீடு

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d_2} = \frac{5{\cdot}34}{2{\cdot}326} = 2{\cdot}3$$

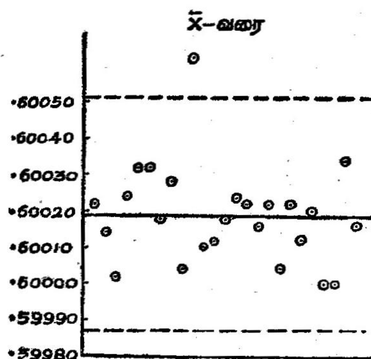
அதாவது ·00023″

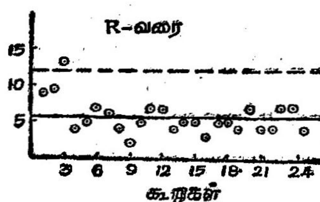
$$\overline{X} \pm 3\frac{\overline{R}}{d_2} = \cdot 600176'' \pm 3\ (\cdot 00023)$$

$$= (\cdot 59949'',\ \cdot 60087'')$$

உற்பத்தியின் 6 σ′ அளவு குறியளவுகளின் வித்தியாசத்தை விடக் குறைவாயிருந்தாலும், உற்பத்தியின் மையம் சற்றுப் பெரிதாக இருப்பதால் பொருள்கள் மேற்குறியளவைத் தாண்டியதாக உற்பத்தியாகலாம். ஆனால் $\overline{X} + 3\hat{\sigma}' = \cdot 60087''$ என்றும் மேற்குறியளவு ·6008″ என்றுமிருப்பதால் இந்த நிலை ஏற்படுகிறது. உற்பத்தியின் மையத்தை ·6000″ என்ற அளவிற்குக் குறைக்க முடிந்தால் 99 சதவீதம் பொருள்களுக்கு மேலேயே குறியளவுகளுடன் உற்பத்தியாகும்.

இயல்பான வேறுபாடுகள் (ராண்டம் வேறுபாடுகள்) அல்லாத தவிர்க்கத்தக்க காரணங்களின் வகைகள் : உற்பத்தியின் மைய உற்பத்தித் திறனில் மாறுதல் விளைவதால் தோன்றும் தொடர்ந்து





படம் 7.

ஆலைக்குள் சென்றுகொண்டிருக்கும் மூலப் பொருள்களின் தரம் வேறுபடுவதால் உண்டாகாலாம். அல்லது ஆலைக்குள் சென்றுகொண்டிருக்

கும் மூலப் பொருள்களில் மாசு சேர்ந்தால் உண்டாகலாம். இத்தகைய மாற்றங்கள் வரைபடத்தில் உடனடியாகக் காட்டப்படும். பெரும்பாலும் திட்டவிலக்கத்தில் மாறுபாடு இருக்காதாகையால் இது $\overline{X}$-வரையில் தெரியும். புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்கு வெளியே விழ ஆரம்பிக்கும். இல்லையென்றால் பத்து அல்லது மேற்பட்ட புள்ளிகள் மையக்கோட்டிற்கு மேலேயோ, கீழேயோ தொடர்ந்து விழ ஆரம்பிக்கும். இது புள்ளி ஓட்டம் (Run of Points) எனக் கூறப்படும்.

திட்ட விலக்கத்தில் மாறுதல்: உற்பத்தியின் திட்டவிலக்கத்தில் மாறுதல் விளைந்தால் (அதாவது அதிகமானால்) R-வரையில் புள்ளிகள் மேல்மட்டக் கட்டுப்பாட்டிற்கு மேலே விழ ஆரம்பிக்கும். இதேபோன்று $\overline{X}$-வரைகள் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்கு மேலும் கீழும் விழ ஆரம்பிக்கும்.

ஆலையின் பாகங்கள் தேய்வதால் அல்லது அதில் பயன்படுகிற திரவங்களின் தன்மை மாறுவதால் மையத் திறனில் ஒரே சீரான மாற்றம் விளையலாம். ஆலைகள் இயக்குபவர் கவனப் பிசகாக இருந்தாலும் இத்தகைய தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள் தலைகாட்டலாம்.

பயிற்சி

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 10 கூறுகளும் ஒரே முழுமைத் தொகுதியினின்று வந்தவையா எனக் காண்க.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
1	390	380	445	360	375	350
2	578	500	470	520	530	450
3	530	540	470	560	460	470
4	623	532	547	600	600	594
5	596	528	540	562	490	530
6	345	322	312	358	375	310
7	488	550	530	568	420	530
8	625	625	610	615	610	600
9	722	727	690	700	705	700
10	800	797	750	724	720	726

2. பேரிங் விட்டம் (bearing diameter) ·9841″, +·0000″, —·0002″ என்ற குறியளவுகளுடன் உற்பத்தி செய்யவேண்டி யிருந்தது.

முதலில் நடந்த உற்பத்திப் பொருட்களைச் சோதித்துப் பார்த்ததில் 35·1 சதவீதம் கீழ்குறியளவை விட குறைவாயும் 2·6 சதவீதம் மேற்குறியளவை விட அதிகமாயும் இருந்தது. காரணம் என்னவென்று பார்த்ததில் விட்டம் சரியான அளவு உற்பத்தியாவதற்கான சக்கரத்தை இயக்கும் தொழிலாளி கவனக் குறைவாய் இருந்தது தெரியவந்தது. அவரை நீக்கிவிட்டுப் பதிவாகத் தானாகவே இயங்கும் ஒரு இயந்திரத்தைப் பொருத்தினார்கள். அதன்பின்பு உற்பத்தியான பேரிங்விட்டத்தின் அளவுகள்கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $\overline{X}_1$ R வரை வரைந்து உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா எனச் சோதித்து, குறியளவைப் பூர்த்திசெய்கிறதா எனக் காண்க.

·9841″ குறைவாக ·0001″ என்ற அளவில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	·5	·7	·6	·7	·4
2	1·0	·5	·9	·8	·7
3	·8	·6	·9	·8	·7
4	1·0	·5	1·0	·7	1·0
5	1·0	·4	·4	·8	·6
6	·5	1·0	1·0	1·2	1·0
7	·5	·4	·3	·4	·5
8	1·0	·9	·9	1·1	1·1
9	·3	·6	·4	·5	·5
10	·8	·8	·5	·7	·8

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
11	·7	·7	·6	·7	·5
12	·5	·5	·4	·5	·4
13	·5	·7	1·0	·6	·6
14	·5	·6	·4	·6	·5
15	·5	·6	·4	·6	·3
16	·3	·7	·6	·8	·6
17	·6	·4	·6	·2	·6
18	·7	·8	·6	·4	·6
19	·4	1·0	·6	1·0	1·0
20	·8	·8	1·6	1·1	·8

3. ஊசி வால்வ் (Needle valve) உற்பத்தியில் இரு குறிப்பிட்ட பகுதிகளுக்குள்ள இடைவெளி (eccentricity) ·0100″க்கு அதிகப்படாமல் இருக்கவேண்டும். உற்பத்தியிலிருந்து 50 கூறுகள் (கூறுக்கு 3 பொருள்கள்) எடுக்கப்பட்டன; முதல் 25 கூறுகளுக்கான $\overline{X}$, R வரை வரைக. பிறகு 50 கூறுகளுக்கான $\overline{X}$, R வரைகள் வரைக. குறியளவை உற்பத்தி எவ்வாறு பூர்த்திசெய்கிறது என உன் கருத்தைக் கூறு.

·0001″ என்ற அளவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3
1	32	30	30
2	37	18	37
3	50	35	36
4	57	24	75
5	49	6	24
6	67	25	25
7	52	56	53
8	18	39	47
9	40	51	51
10	31	61	28
11	15	10	35
12	27	49	19
13	51	34	40
14	19	32	10
15	39	16	50
16	15	30	50
17	32	46	29
18	39	19	34
19	42	40	30
20	70	16	57
21	12	19	23
22	34	14	40
23	58	36	41
24	7	11	8
25	40	12	12

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3
26	66	58	19
27	29	37	74
28	20	9	15
29	30	38	88
30	83	37	90
31	40	100	82
32	24	63	8
33	9	41	5
34	44	80	66
35	102	10	41
36	43	51	53
37	21	27	49
38	18	19	31
39	7	22	13
40	43	48	19
41	67	35	5
42	35	51	33
43	39	35	49
44	66	18	56
45	39	13	43
46	14	27	10
47	23	71	27
48	17	24	60
49	55	31	32
50	6	34	39

3. பண்புகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைகள்

(Control charts for Attributes)

உற்பத்தித் துறையில் எல்லாப் பொருட்களையும் அளந்து பார்த்து மட்டும் தரம் பிரிப்பதில்லை. குறிப்பிட்ட அலகிலுள்ள குறைகளை எண்ணும் முறை, குறைபாடுகள் இல்லாதவை எனப் பிரிக்கும் முறை ஆகிய வழிகளும் பின்பற்றப்படுகின்றன. ஒரு பொருளை உற்பத்தி செய்வதற்கு நூற்றுக் கணக்கான பாகங்களை உற்பத்தி செய்து அவை களின் சேர்க்கையாக அதனை உருவாக்க வேண்டியிருக்கும். அது போன்ற சமயங்களில் நூற்றுக் கணக்கான மாறிகளுக்கு கட்டுப்பாட்டு வரைகள் வரைந்து ஒவ்வொரு பாகமும் கட்டுப்பாடுடன் உற்பத்தி யாகிறதா, இல்லையா என்று பார்ப்பது செலவைப் பெருக்குவதாயும் சில சமயம் தேவையற்றதாயும் இருக்கும். அதற்குப் பதிலாக உற்பத்தி யான பொருளை பண்பளவை முறையில் குறிப்பிட்ட அளவுகளுடன் உற்பத்தியானவை அல்லாமல் சில குறைகளுடன் உற்பத்தியானவை (defective) என இரு வகையாய் பிரிக்கலாம். இந்த முறையில் பிரித்து குறைப்பின்னம் (fraction defective) $p = \frac{d}{n}$ என்ற அள விற்குக் கட்டுப்பாட்டு வரை வரைந்து உற்பத்தி கட்டுப்பாடுடன் இயங்கு கிறதா இல்லையா என்று பார்த்துக் கொள்ளலாம். (d என்பது குறை யுள்ள பொருள்களின் எண்ணிக்கை, n என்பது மொத்தம் சோதிக்கப் பட்ட பொருள்கள்). இதே போன்று குறிப்பிட்ட அலகுள்ள (unit) உற்பத்தியான பொருளில் உள்ள குறைகளுக்கு (defects) கட்டுப் பாடு வரை வரையலாம். இது C-கட்டுப்பாடு வரை எனப்படும்.

p-கட்டுப்பாடு வரைபடம்: இதிலும் இரு நிலைகள் உள்ளன. (1) உற்பத்தியாகும் முழுமைத் தொகுதியின் குறைப்பின்னம் p' தெரிந்த நிலை. (2) p' இனது மதிப்பு தெரியாத நிலையில் கூறுகளின் உதவியால் அதனை மதிப்பிட்டு அதனைப் பயன்படுத்தி வரைபடம்

வரைவது. p' தெரிந்த நிலையில் கூறின் உருவ அளவு (size) n ஒரு நிலை யெண்ணுக (constant) இருந்தால், n பொருட்களில் உள்ள குறை யுடைய பொருள்கள் d, $(q'+p')^n$ என்ற ஈருறுப்புப் பரவலின்படி இயங்கும். ஆகையால் கூறின் குறைப்பின்னம் $p = \frac{d}{n}$ அதன் பரவலில் p' என்ற கூட்டுச் சராசரியையும், திட்டவிலக்கம் $\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$ என்பதையும் கொண்டிருக்கும். எனவே $p' \pm 3\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$ என்ற அளவுகளுக்குள் பெரும்பான்மையான கூறுப் புள்ளிகள் வரைபடத்தில் விழும். தவிர்க்கக்கூடிய காரணங்கள் தலையிட்டால் புள்ளிகள் இந்த எல்லைகளுக்கு அப்பால் விழும். இதில் கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாட்டிற்குக் கீழே விழும் புள்ளிகளைப் பற்றி கவலைப்படத் தேவையில்லை. மாறாக மகிழ்ச்சியடையலாம். ஏனெனில் அதுபோன்ற சமயங்களில் குறை யுடன் கூடிய பொருட்கள் மிகக் குறைவாய் உற்பத்தி செய்யப்படு கின்றன. அவ்வாறு கீழே விழும் போது அதற்கான காரணத்தைக் கண்டுபிடித்து உற்பத்தியில் அதனை எப்போதும் பயன்படுத்திக் குறை களைத் தவிர்க்கலாம். மேல் மட்டக் கட்டுபாட்டிற்கு மேலே விழும் புள்ளிகளுக்கான காரணங்களை நீக்கவேண்டும். எனவே p' தெரிந்த நிலையில்

மையக் கோடு $= p'$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= p' + 3\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= p' - 3\sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}$

கணக்கு: ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளை உற்பத்தி செய்தபோது குறைப்பின்னம் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. கூறின் உருவ அளவு எல்லாக் கூறுகளுக்கும் 100. இதற்கு முன் நடந்த உற்பத்தியிலிருந்து குறைப் பின்னம் $p' = \cdot 02$ என மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. கீழ்க்கண்ட விவரங் களிலிருந்து உற்பத்தி அதே நிலையிலுள்ளதா எனக் காண்க.

கூறு எண்	குறையுடையவை	p
1	4	·04
2	5	·05
3	1	·01
4	0	·00
5	3	·03
6	2	·02
7	1	·01
8	6	·06
9	0	·00
10	6	·06
11	2	·02
12	0	·00
13	2	·02
14	3	·03
15	4	·04
16	1	·01
17	3	·03
18	2	·02

கூறு எண்	குறையுடையவை	p
19	4	·04
20	2	·02
21	1	·01
22	2	·02
23	0	·00
24	2	·02
25	3	·03
26	4	·04
27	1	·01
28	0	·00
29	0	·00
30	0	·00
31	0	·00
32	1	·01
33	2	·02
34	3	·03
35	3	·03

$p' = \cdot 02$

மையக் கோடு $= \cdot 02$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \cdot 02 + 3\sqrt{\frac{(\cdot 02)\,(\cdot 98)}{100}}$

$= \cdot 062$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \cdot 02 - 3\sqrt{\frac{(\cdot 02)\,(\cdot 98)}{100}}$

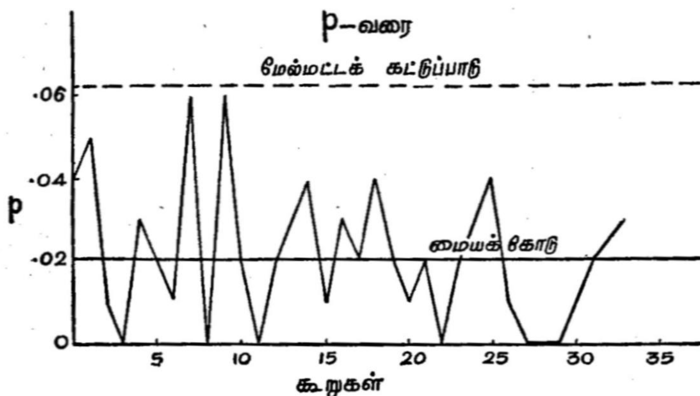
$= 0$ [0க் கீழ் அனுமதிப்பதில்லை]

கட்டுப்பாட்டு வரையிலிருந்து (படம் 6) உற்பத்தி நல்ல கட்டுப்பாட்டில் உள்ளது தெரிகிறது. உற்பத்தி பழைய நிலையில் $p' = \cdot 02$ என்ற குறைப்பின்னத்துடன் தொடர்ந்து நடைபெறுகிறது.

p' **தெரியாத நிலை:** இந்த நிலையில் p'ஐ கூறுகளிலிருந்து மதிப்பிடுதல் வேண்டும். K கூறுகள் எடுத்திருந்தோமானால் K கூறுகளின் $\overline{p}$களுக்கு சாதாரண கூட்டுச் சராசரியை p' ஆக வைத்துக் கொள்ளுதல் ஒரு முறையாகும். இன்னொரு முறை K கூறுகளிலுள்ள

மொத்த குறைபாடுகளைக் கூட்டி கூறுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யால் வகுத்து விடுதல்.

$$\text{எனவே } \hat{p}' = \frac{d_1+d_2+\dots+dk}{n_1+n_2+\dots+nk} = \overline{p}$$



படம் 8.

உற்பத்தியின் முழுமைத் தொகுதி ஒன்றுதான் என்றும், அதன் குறைப்பின்னங்களின் கூட்டுச் சராசரி $\overline{p}$ என்றும் உடனே சொல்லி விட முடியாது. எல்லாக் கூறுப் புள்ளிகளும் இந்த $\overline{p}$ஐ வைத்துக் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்குள் இருந்தால்தான் சொல்லலாம். இதற்காக முதலில் 25 கூறுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. இவற்றை வைத்து உற்பத்தியைச் சோதிக்க வேண்டும்.

மையக் கோடு $= \overline{p}$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{p} + 3\sqrt{\dfrac{\overline{p}\,(1-\overline{p})}{n}}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \overline{p} - 3\sqrt{\dfrac{\overline{p}\,(1-\overline{p})}{n}}$

இந்த மேல்மட்டக் கீழ்மட்டக் கோடுகளுக்குள் எல்லாப் புள்ளிகளும் விழுந்தால் உற்பத்தி கட்டுப்பாடாய் இயங்குகிறது எனக் கொள்ளலாம். பின் வரும் உற்பத்திக்கும் இதே கோடுகளைப் பயன்படுத்தலாம். ஒன்றிரண்டு கூறுப் புள்ளிகள் மட்டக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழுந் தால் அவற்றிற்கான காரணத்தைச் சோதிக்க வேண்டும். பிறகு அப் புள்ளிகளை நீக்கி விட்டு மீதமுள்ளவற்றிற்குப் புதிதாக $\overline{p}$இன் மதிப்பை

கணித்தல் வேண்டும். அதை வைத்துப் புதிதாகக் கட்டுப்பாடு வரை வரைதல் வேண்டும். மேலும் 25 கூறுகள் சேர்த்துக் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு: 50 தாள்கள் கொண்ட கூறுகளாக 30 கூறுகள் எடுக்கப்பட்டன. இவை ஏற்கனவே உற்பத்தியாகியிருந்த தரமான தாளுடன் ஒப்பிடப்பட்டு அந்தத் தரத்திற்கு குறைந்திருந்தால் குறையுடையவை என தீர்மானிக்கப்பட்டது. கிடைத்த விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. உற்பத்தி கட்டுப்பாடாய் இயங்குகிறதா எனக் காண்க.

கூறு எண்	குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை	குறைப் பின்னம்	கூறு எண்	குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை	குறைப் பின்னம்
1	1	·02	16	3	·06
2	0	·00	17	0	·00
3	1	·02	18	3	·06
4	4	·08	19	3	·06
5	1	·02	20	2	·04
6	5	·10	21	4	·08
7	2	·04	22	3	·06
8	1	·02	23	1	·02
9	3	·06	24	2	·04
10	3	·06	25	3	·06
11	3	·06	26	0	·00
12	7	·14	27	2	·04
13	3	·06	28	5	·10
14	2	·04	29	2	·04
15	2	·04	30	1	·02

$$\overline{P} = \frac{72}{30 \times 50} = \cdot 0480$$

மையக்கோடு $= \cdot 0480$

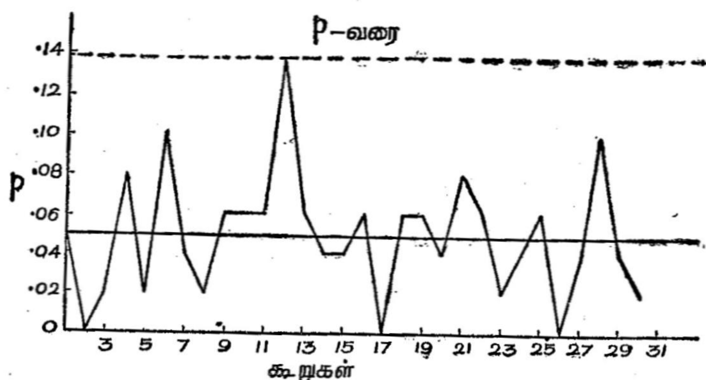
மேல் மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \cdot 0480 + 3\sqrt{\frac{(\cdot 0480)(\cdot 95)}{50}}$

$= \cdot 139$

கீழ் மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 0$

கட்டுப்பாட்டு வரையில் (படம் 9) 12ஆம் கூறுப் புள்ளி மேல் மட்டக் கட்டுப்பாட்டிற்கு மேலே விழுந்துள்ளது. இதே கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளை பயன்படுத்துவதற்கு முன் அதற்கான தவிர்க்கத்தக்க காரணம் ஏதேனும் உண்டா என்று பார்த்து நீக்க வேண்டும். பெரும்

பாலும் குறைபாடுடையது எனத் தீர்மானிப்பது மிகச் சிறந்த தரத்தின் அடிப்படையில் இருக்கும். இந்த முறையில் தீர்மானிக்கப்படும் எல்லாமே குறையுள்ளவையாக இருக்காது. இந்த முறையில் குறை வான கூறுகளே எடுக்க வேண்டியிருக்கும்.



படம் 9.

கூறின் உருவ அளவு மாறுபடும்போது, அதாவது n ஒரு நிலை யெண்ணாக இருக்காமல் ஒரு நாளைக்கு n_1 என்றும் இன்னொரு நாள் n_2 என்றும் பலவிதமாக மாறுபடும்போது, கூறுகளின் உருவ அளவுகளில் வேறுபாடு அதிகம் இல்லையென்றால் அந்த எண்களின் சராசரி எண்ணிற்கு கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகள் வரைந்து உற்பத்தி கட்டுப் பாட்டில் உள்ளதா என்று பார்ப்பது ஒரு முறை. இந்த எண்களுக்குள் வேறுபாடு அதிகம் இருந்தால் ஒவ்வொரு கூறுக்கும் உள்ள மேல்மட்ட, கீழ்மட்ட அளவுகளைக் கண்டுபிடித்துக் குறித்து அவைகளை நேர் நேர் கோட்டால் இணைப்பது மற்றொரு முறை.

குறைபாடுள்ளவைகளுக்கான வரை
Charts for defectives (np chart)

ஒவ்வொரு கூறிலுமுள்ள குறைபாடுள்ள பொருள்கள் dக்கு கட்டுப் பாடு வரை வரையும் விதம் இதுவும் np-வரையும் ஒன்றுதான். $p=\dfrac{d}{n}$; $\therefore d=np$. $d=np$ என்றிருப்பதால் இது பெரும்பாலும் np-வரை என்றே சொல்லப்படுகிறது.

இதன் மையக்கோடு $=\overline{d}'=np'$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $=\overline{d}'+3\sigma d'$

$=np'+3\sqrt{np'(1-p')}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாட்டு $=np'-3\sqrt{3np'(1-p')}$

p' தெரியாத நிலையில் p'க்கு பதிலாக $\bar{p}$ஐப் பயன்படுத்துகிறோம். np-வரைப்படத்தின் முக்கியமான நன்மை ஒவ்வொரு கூறுக்கும் pஐ கணிக்கத் தேவையில்லை. நேரடியாக dஐ சுலபமாக வரைப்படத்தில் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு: 50 பொருட்கள் உள்ள கூறில் உள்ள குறைபாடுடைய பொருட்களின் எண்ணிக்கை 50 கூறுகளுக்கு கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இதற்கான கட்டுப்பாட்டு வரை வரைக.

கூறு எண்	குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை	கூறு எண்	குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை
1	4	26	0
2	8	27	5
3	4	28	1
4	0	29	3
5	3	30	3
6	1	31	5
7	4	32	2
8	3	33	1
9	2	34	5
10	3	35	4
11	2	36	4
12	2	37	5
13	2	38	4
14	4	39	4
15	7	40	4
16	4	41	8
17	2	42	4
18	3	43	4
19	2	44	4
20	2	45	5
21	3	46	3
22	4	47	3
23	4	48	2
24	2	49	1
25	3	50	2

$n = 50$

$n\bar{p} = 3{\cdot}28$

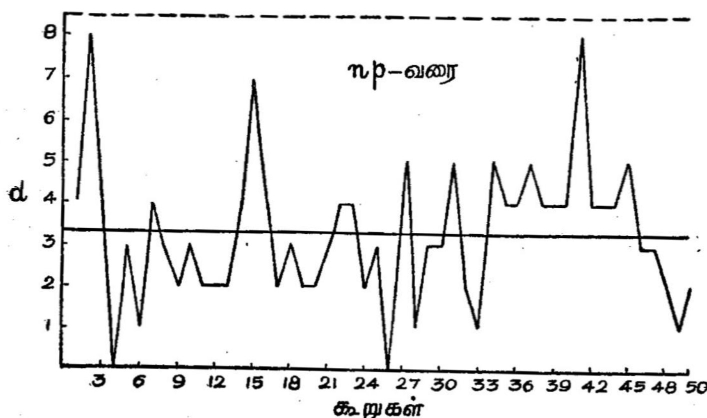
மையக்கோடு $= n\bar{p} = 3{\cdot}28$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= n\bar{p}+3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

$= 8{\cdot}53$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= n\bar{p}-3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$

$= 0$



படம் 10.

வரைபடத்தில் எல்லாப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்குள் உள்ளன. உற்பத்தி கட்டுப்பாடாய் இயங்குகிறது.

குறைகளின் எண்ணிக்கைக்கான வரைபடம்
Control chart for number of defects. C-chart

ஒரு பொருளில் ஒரு குறை இருந்தாலும், பத்துக் குறைகள் இருந்தாலும் அது குறைபாடுடையது என ஒரே விதமாகத்தான் பிரிக்கப்பட்டது. இங்கு ஒரு கூறு அல்லது ஒரு அலகு உற்பத்தியான பொருளில் உள்ள குறைகளுக்கு வரைபடம் வரையப்படுகிறது. ஒரு 10,000 அடி நீளமுள்ள வயரில் (wire) 10 குறைகள் இருப்பதாய் வைத்துக்கொள்வோம். இதுபோன்று 10,000 அடி வயர்களாக k கூறுகள் எடுத்து ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள குறைகளைக் கணித்து அவற்றிற்கு இந்த முறையில் வரைபடம் வரையப்படுகிறது. இதையே $\frac{10}{10,000}$ என்ற குறைப் பின்னமாக (p) கருதி அதற்கு வரைபடம் வரையலாம் எனச் சிலர் கருதலாம். அப்படிச் செய்யவேண்டுமென்றால் இதை 10,000 ஒரு அடித் துண்டுகளாக்கினால்தான் அந்த முறையில் வரையலாம். இதையே ஒரு அங்குல நீளமுள்ள துண்டுகளாக்கினால் $p = \frac{10}{120,000}$ ஆகும். எப்படிச் செய்தாலும் அதிலுள்ள குறைகள்

10 தான். மேலும் இந்த முறையில் வயர் பயனற்றதாகிறது. இது போன்ற நிலேயில் C-வரை வரையப்படுகிறது. C-வரை வரைவதற்கான நிபந்தனேகள். (1) சராசரியாக ஏற்படும் குறைகள் தர்க்க ரீதியாக எதிர்பார்க்கும் குறைகளேவிடக் குறைவாக இருக்க வேண்டும். (2) குறைகள் ஏற்படுவதற்கான வாய்ப்பு ஒன்றுபோல் இருக்க வேண்டும். சென்ற உதாரணத்தில் 10,000 அடித் துண்டின் குறைகளே எண்ணிஞல், எல்லாத் துண்டுகளும் 10,000 அடித் துண்டுகளாக இருக்க வேண்டும். குறைகள் C என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும்.

C பாய்ஸான் பரவல் (Poisson distribution) விதிப்படி நடக்கிறது. ஆகையால் முழுமைத் தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி C' தெரிந்திருந்தால் கட்டுப்பாட்டு வரையின் கோடுகள் பின்வருமாறு இருக்கும்.

மையக் கோடு $= C'$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= C'+3\sqrt{C'}$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= C'-3\sqrt{C'}$

C' தெரியாத நிலேயில் அதனேக் கூறுகளின் உதவியால் மதிப்பிட வேண்டும். $\hat{C} = \overline{C}$

எனவே மையக்கோடு $= \overline{C}$

மே. ம. க. $= \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$

கீ. ம. க. $= \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$

முதலில் 25 கூறுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. அவற்றின் சராசரிக் குறைகள் $\overline{C}$ கணக்கிடப்படுகின்றது. பிறகு அதை வைத்து மேலே குறிப்பிட்டவாறு கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. ஏதேனும் புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுக்கு வெளியே விழுந்தால் அவற்றிற்கான காரணம் கண்டுபிடிக்கப்பட்டு நீக்கப்படுகிறது. மேலும் கூறுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. புதிய கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளுடன் வரை வரையப்படுகிறது. இதே முறையில் எல்லாப் புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டிற்கு வரும் வரையில் சோதனே செய்யப்படுகிறது. கட்டுப்பாட்டிற்கு வந்து நீண்ட காலம் கட்டுப்பாட்டில் இருந்தால் அந்த $\overline{C}$இன் மதிப்பை முழுமைத் தொகுதியின் C' ஆக கொள்ளப்படுகிறது.

வித்தியாசமான அலகுகளுக்குக் குறைகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது, அவைகளே ஒரே அலகிற்கு உள்ள குறைகளாக மாற்றி C-வரை வரைய வேண்டும். உதாரணமாக 10,000 அடி வயரிலுள்ள குறைகள் 10 கூறுகளும், 5000 அடி வயரிலுள்ள குறைகள் 15 கூறுகளும், 14000 அடி வயரிலுள்ள குறைகள் 10 கூறுகளும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது எனக் கொள்வோம். எல்லாமே ஒரே அலகாயிருந்தால்தான் C-வரை வரைதல் இயலும். எனவே எல்லாவற்றையும் ஒரு குறிப்பிட்ட

அலகிற்கு எவ்வளவு குறைகள் இருக்கும் எனக் கணக்கிட்டு அந்தப் புதிய பட்டியலுக்கு C-வரை வரைதல் வேண்டும். மேலே கொடுத்த உதாரணத்தில் 10,000 அடியை குறிப்பிட்ட அலகாக எடுத்துக்கொள்ளலாம். 5000 அடியில் 5 குறைகள் இருந்தால் 10,000 அடியில் 10 குறைகள் இருக்கும் என்ற முறையில் எல்லாவற்றையும் 10,000 அடிக்கு மாற்றி கிடைக்கும் விவரங்களுக்கு C-வரை வரைதல்வேண்டும்.

$\overline{C}$ வரை: ஒவ்வொரு குறிப்பிட்ட அலகிலுள்ள குறைகளைக் கணக்கெடுத்து வரைவதற்கு பதிலாக ஒரு கூறிலுள்ள சராசரிக் குறைகளுக்கு இந்த முறையில் வரை வரையப்படுகிறது. கூறிலுள்ள பொருட்களின் அல்லது அலகுகளின் எண்ணிக்கை n என்றிருந்தால் $\overline{C} = \dfrac{C_1 + C_2 + \dots + Cn}{n}$. இதே போன்று K கூறுகள் இருந்தால் அவற்றிற்கான கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகள் கீழ்க்கண்டவாறிருக்கும்.

$$\text{மையக் கோடு} = \sum_{j=1}^{K} \overline{C}_j = \overline{\overline{C}}$$

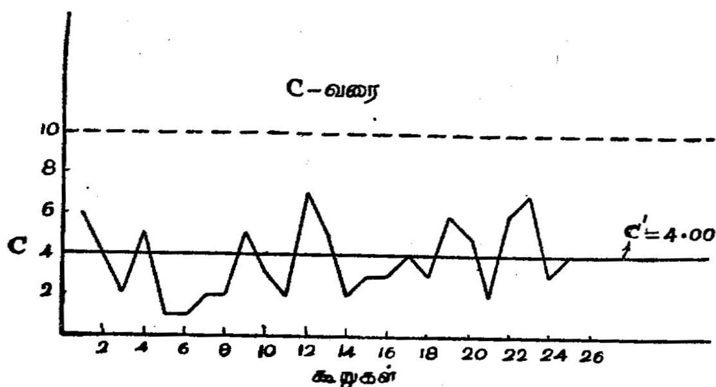
$$\text{மே. ம. க.} = \overline{\overline{C}} + 3\sqrt{\overline{\overline{C}}/n}$$

$$\text{கீ. ம. க.} = \overline{\overline{C}} - 3\sqrt{\overline{\overline{C}}/n}$$

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு: துணி உற்பத்தியில் குறிப்பிட்ட அளவு துணியில் உள்ள குறைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. முன்பு நடந்த உற்பத்தியிலிருந்து $C_1 = 4{\cdot}0$ என்று மதிப்பிடப்பட்டிருக்கிறது. இப்போதும் உற்பத்தி அதே நிலையில் உள்ளதா எனச் சோதிக்கவும்.

கூறு எண்	குறைகள்	கூறு எண்	குறைகள்
1	6	14	2
2	4	15	3
3	2	16	3
4	5	17	4
5	1	18	3
6	1	19	6
7	2	20	5
8	2	21	2
9	5	22	6
10	3	23	7
11	2	24	3
12	7	25	4
13	5		

மையக்கோடு	$= C' = 4{\cdot}00$
மேல் மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= C' + 2\sqrt{C'}$
	$= 4{\cdot}00 + 3\sqrt{4}$
	$= 10{\cdot}00$
கீழ் மட்டக் கட்டுப்பாடு	$= C' - 3\sqrt{C'}$
	$= 0$



படம் 11.

கட்டுப்பாட்டு வரையிலிருந்து உற்பத்தி இன்னும் அதே நிலையில் கட்டுப்பாட்டில் இருப்பது தெரிய வருகிறது.

பயிற்சி

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்குரிய கட்டுப் பாட்டு வரை வரைந்து உன் முடிவுகளைக் கூறு.

100 மீட்டர் கம்பளித் துணியிலுள்ள குறைகள் :

கூறு எண்	ஆலைச் சோதனை	வாங்குபவர் சோதனை
1	2	15
2	0	5
3	0	1
4	1	4
5	1	3
6	2	3
7	2	6
8	1	3
9	0	0
10	1	1
11	1	3
12	0	5
13	2	7
14	1	8
15	1	4

கூறு எண்	ஆலைச் சோதனை	வாங்குபவர் சோதனை
16	5	10
17	0	5
18	3	5
19	1	5
20	1	4
21	1	3
22	2	4
23	2	5
24	1	1
25	0	1
26	0	0
27	0	1
28	1	1
29	4	4

2. கீழ்க்கண்ட தகவலுக்குரிய $\overline{C}$-வரை வரையவும். ஒரு அலகிற் குள்ள சராசரித் தவறுதல்கள் (ஒவ்வொரு முறையும் நான்கு அலகுகள் சோதிக்கப்பட்டன.)

நாள்	சராசரித் தவறுதல்கள்
1	15·00
2	14·50
3	14·50
4	14·50
5	14·00
6	14·75
7	15·00
8	14·50
9	16·50
10	16·25

நாள்	சராசரித் தவறுதல்கள்
11	14·75
12	14·25
13	16·75
14	16·50
15	14·75
16	15·25
17	16·50
18	14·75
19	15·00
20	16·50
21	18·50

3. கீழ்க்கண்ட தகவலுக்குரிய P-வரை வரைந்து உற்பத்தியைப் பற்றிய உன் கருத்தைக் கூறு.

சோதிக்கப் பட்ட பொருள்கள்	குறைபாடு உடையவை
2500	300
2314	214
2435	418
1217	117
1348	148
1229	142
1384	134
1278	125
1197	100
1128	67
1135	85
1391	105
1212	85
1222	82

சோதிக்கப் பட்ட பொருள்கள்	குறைபாடு உடையவை
1167	80
1292	84
1082	71
1185	103
1260	110
1286	70
1204	54
1142	72
1216	66
1204	92
1265	118
844	124
759	89
745	75

4. சில மாறுபட்ட வரைகள்

X வரைபடம் : சில துறைகளில் ஒரு நாளைக்கு ஒரு அளவுதான் எடுக்கக்கூடியதாய் இருக்கும், இன்னும் சில துறைகளில் ஒரு X-அளவு எடுப்பதற்கே ஒரு வாரம் ஆகலாம். ஆராய்ச்சித் துறைகளில் ஒரு அளவு மிகச் செலவான வேலையாயிருக்கும். இதுபோன்ற சந்தர்ப் பங்களில் 100 அல்லது மேற்பட்ட X-அளவுகளுக்காக காத்திருந்து $\overline{X}$-வரை வரைதல் பயனற்றதாயிருக்கும். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில் X-வரைபடம் வரையப்படுகிறது. X வரை $\overline{X}$ வரையைக் காட்டிலும் எந்த முறையிலும் சிறந்ததல்ல. இருந்தாலும் ஒன்றுமே இல்லாததைக் காட்டிலும் இது சிறந்தது என்ற காரணத்தால் இது பயன்படுத்தப் படுகிறது. இந்த வரையைப்பற்றி ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் பார்ப் போம்.

X வரையில் 36 புள்ளிகள் இருக்கும். உற்பத்தியிலுள்ள வேறுபாடு களைக் காட்ட நகரும் வீச்சு (Moving range) வரைப்படம் வரையப் படுகிறது. முதல் இரண்டு அளவுகளுக்கு உள்ள வீச்சு குறிக்கப்படு கிறது. பிறகு 2ஆவது 3ஆவது அளவுகளுக்குள்ள வீச்சு, பிறகு 3, 4 ஆவது அளவுகளுக்குள்ள வீச்சு இந்த முறையில் 35 வீச்சுக்கள் கணக் கிடப்படுகின்றன.

$$\overline{R} = \frac{42\cdot0}{35} = 1\cdot20$$

R வரையின் அளவுகள்

மையக் கோடு $= 1\cdot20$

மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= D_4\overline{R} = 3\cdot267(1\cdot20)$

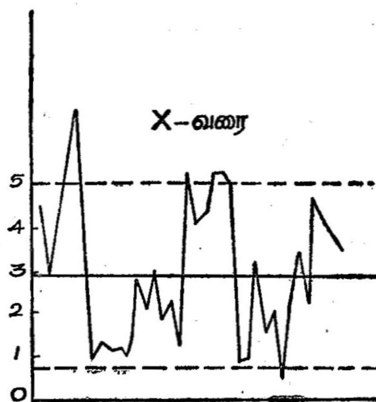
$= 3\cdot92$

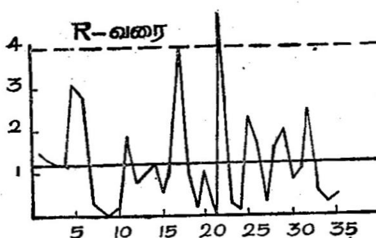
கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= 0$

உருக்கின் மாதாந்தர நிராகரிப்புச் சதவிகிதம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாதம்	X நிராகரிப்பு சதவிகிதம்	வீச்சு
ஜனவரி	4·4	1·5
பிப்ரவரி	2·9	1·3
மார்ச்	4·2	1·2
ஏப்ரல்	5·4	1·2
மே	5·6	3·0
ஜூன்	3·6	2·6
ஜூலை	1·0	0·3
ஆகஸ்ட்	1·3	0·1
செப்டம்பர்	1·2	0·0
அக்டோபர்	1·2	0·2
நவம்பர்	1·0	1·8
டிசம்பர்	2·8	0·8
ஜனவரி	2·0	1·0
பிப்ரவரி	3·0	1·2
மார்ச்	1·8	0·5
ஏப்ரல்	2·3	1·0
மே	1·3	3·9
ஜூன்	5·2	0·9
ஜூலை	4·1	0·2
ஆகஸ்ட்	4·3	1·0
செப்டம்பர்	5·3	0·0
அக்டோபர்	5·3	4·7
நவம்பர்	0·6	0·2
டிசம்பர்	0·8	0·1
ஜனவரி	0·9	2·2
பிப்ரவரி	3·1	1·5
மார்ச்	1·6	0·4
ஏப்ரல்	2·0	1·5
மே	0·5	2·0
ஜூன்	2·5	0·8
ஜூலை	3·3	1·1
ஆகஸ்ட்	2·2	2·4
செப்டம்பர்	4·6	0·5
அக்டோபர்	4·1	0·3
நவம்பர்	3·8	0·4
டிசம்பர்	3·4	
மொத்தம்	103·6	42·0

X-வரையில் 3σ அளவிற்குப் பதிலாக 2σ அளவுகள் குறிக்கப்படு கின்றன. X வரையில் 3σ அளவுகளைவிட 2σ அளவுகள் மிகப் பயனுள் ளதாக அனுபவத்தில் கண்டுள்ளார்கள். இதனுல் தவிர்க்கத்தக்க கார





படம் 12.

ணங்களைக் கண்டுபிடிக்கக்கூடிய வாய்ப்பு கூடுகிறது. அளவுகள் எடுப்ப தற்கு நேரம் அதிகம் ஆவதால் இந்த முறை கையாளப்படுகிறது.

X-வரையின் அளவுகள்

$$\text{மையக் கோடு} = \overline{X} = \frac{\Sigma X}{K} = 2{\cdot}88$$

$$\text{மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு} = X' + 2\sigma'$$

$$= 2{\cdot}88 + 2\overline{R}/d_2$$

$$= 2{\cdot}88 + \frac{2(1{\cdot}20)}{1{\cdot}128}$$

$$= 5{\cdot}01$$

கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு $= \bar{X}' - 2\hat{\sigma}'$
$= 0{\cdot}75$

இந்த வரைகளிலிருந்து உற்பத்தியின் மையத் திறனில் வேறு பாடுகள் அதிகம் இருப்பது தெரிகிறது.

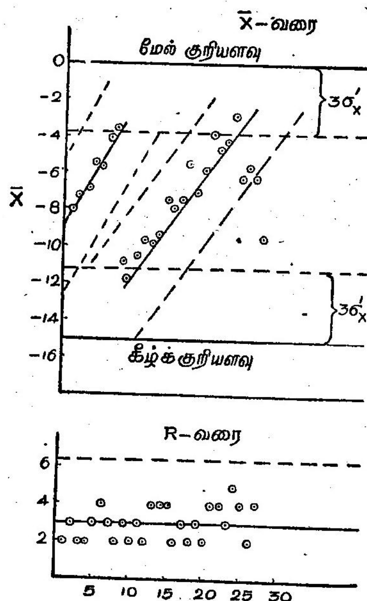
X வரையின் குறைகள்: $\bar{X}$-வரையைப் போன்று இது சிறந்தல்ல. சராசரியாக X-வரையைக் காட்டிலும் அதிக X அளவுகள் இருந்தால் தான் இது தவிர்க்கத் தக்க காரணங்கள் இருப்பதைக் காட்டும். X இயல்புப் பரவல் விதிப்படி நடக்கவில்லை யென்றால் கட்டுப்பாட்டுக் கோடு களுக்கு வெளியே விழும் நிகழ்தகவைக் கணக்கிடுதல் கடினம். அந்தக் கோடுகளுக்கு வெளியே அல்லது உள்ளே விழும் புள்ளிகளை வைத்து உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா இல்லையா எனச் சொல்லமுடியாது. ஆனால் $\bar{X}$ வரையில் X எந்த விதிப்படி நடந்தாலும் $\bar{X}$ இயல்புப் பரவலின்படி நடக்கும். ஆகையால் கட்டுப்பாட்டு வரைகளில் விழும் புள்ளிகளை வைத்து நாம் சொல்லும் தகவல்கள் சரியாக இருக்கும். X-வரையில் குறியளவுகளைக் குறிக்கமுடியும். ஆனால் $\bar{X}$-வரையில் இது இயலாது.

சாய்ந்த கட்டுப்பாட்டு வரை
(Slanting Control Chart)

உற்பத்தியின் மையத்திறனில் ஒரே சீரான மாற்றம் ஏற்படும்போது இந்த முறை பயன்படுத்தப் படுகிறது. உற்பத்தி செய்யும் ஆலையில் ஏற்படும் தேய்வு காரணமாகவோ அல்லது அதில் பயன்படுத்தப்படும் திரவத்தின் பாகுநிலையில் (Viscosity) மாற்றம் விளைவதாலோ அல்லது வெப்பநிலையில் மாற்றம் விளைவதாலோ உற்பத்தியின் மையத்திறனில் மாற்றம் விளையலாம். சாதாரண முறையில் கட்டுப்பாட்டு வரை வரைந் தால் மையத்திறனில் மாற்றம் உண்டாகையில் $\bar{X}$-வரையில் புள்ளிகள் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழ ஆரம்பிக்கும். ஆனால் R-வரையில் எவ்வித மாற்றமும் இருக்காது. ஏனெனில் உற்பத்தியின் திட்டவிலக்கம் மாறவில்லை. இதுபோன்ற நிலையில் புள்ளிகள் விழும் போக்கினைக் கண்டு அதேமுறையில் மையக்கோடு ஒன்று கண்மதிப்பாகப் போடப் படுகிறது. அந்தக் கோட்டிலிருந்து நேர் செங்குத்தாக $3\sigma_{\bar{X}}'$ என்ற அளவு அதாவது $A_2\bar{R}$ என்ற அளவு குறிக்கப்பட்டு இந்தக் கோட்டிற்கு இணையாக மேலேயும், கீழேயும் இரு கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. படத்தில் மேற்குறியளவு, கீழ்குறியளவிற்கு நேராகக் கோடுகள் வரையப் படுகின்றன. கூறுப் புள்ளிகள் இந்த இரண்டில் ஏதாவது ஒன்றுக்கு

அப்பால் விழும்போல் இருந்தால், அதாவது இரு கோடுகளுக்கு அருகே $3\sigma'$ என்ற அளவில் கூறுப்புள்ளிகள் விழுந்தால் உற்பத்தி நிறுத்தப் பட்டு, ஆலையை மீண்டும் பழைய நிலைக்குச் சரிசெய்து வைத்துக் கொண்டு உற்பத்தியைத் தொடங்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு : ஒரு பொருளின் விட்டத்திற்கு குறி யளவு ·1250″+·0000″, −·0015″ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அந்தப் பொருள் உற்பத்தியாகையில் 30 நிமிடங்களுக்கு ஒருமுறை 5 பொருட்கள் கொண்ட கூறு ஒன்று எடுக்கப்பட்டு விட்டங்கள் அளக்கப் பட்டன. கிடைத்த தகவல்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. உரிய வரை வரைக.



படம் 13.

வரையிலிருந்து உற்பத்தி நன்கு கட்டுப்பாட்டில் இயங்குவது தெரி கிறது. குறியளவுகளுக்குள்ளேயே உற்பத்தி நடைபெறுமாறு ஆலை தேவைப்படும்போது சரி செய்யப்படுவது படத்திலிருந்து தெரிகிறது.

·1250″க்கு கீழே உள்ள ·0001″ என்ற முறையில் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கூறு எண்	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\overline{X}$	R
1	−8	−9	−7	−8	−8	−8·0	2
2	−8	−9	−7	−7	−6	−7·4	3
3	−6	−6	−8	−7	−7	−6·8	2
4	−4	−6	−5	−6	−6	−5·4	2
5	−7	−5	−4	−5	−7	−5·6	3
6	−5	−6	−2	−3	−4	−4·0	4
7	−2	−4	−2	−4	−5	−3·4	3
8	−10	−11	−12	−11	−10	−10·8	2
9	−10	−12	−13	−12	−11	−11·6	3
10	−11	−11	−10	−11	−9	−10·4	2
11	−8	−10	−9	−10	−11	−9·6	3
12	−9	−10	−11	−10	−9	−9·8	2
13	−10	−11	−7	−11	−8	−9·4	4
இரண்டாம் நாள்							
14	−7	−8	−8	−5	−9	−7·4	4
15	−9	−10	−7	−6	−7	−7·8	4
16	−8	−6	−8	−7	−8	−7·4	2
17	−5	−4	−5	−6	−7	−5·4	3
18	−7	−8	−6	−7	−7	−7·0	2
19	−7	−6	−7	−4	−5	−5·8	3
20	−3	−3	−4	−5	−4	−3·8	2
21	−3	−4	−3	−7	−6	−4·6	4
22	−6	−3	−4	−2	−6	−4·2	4
23	−1	−3	−2	−4	−4	−2·8	3
24	−9	−6	−5	−4	−7	−6·2	5
25	−4	−7	−8	−4	−5	−5·6	4
26	−5	−7	−6	−7	−6	−6·2	2
27	−9	−10	−7	−11	−10	−9·4	4
					மொத்தம்	−185·8	81

$$\overline{\overline{X}} = \frac{-185{\cdot}8}{27} = -6{\cdot}88$$

$$\overline{R} = \frac{81}{27} = 3{\cdot}00$$

$$3\hat{\sigma}X' = 3\frac{\overline{R}}{d_2} = 3{\cdot}87$$

R-வரையின் அளவுகள்

மையக் கோடு $= \overline{R} = 3{\cdot}00$

$$\text{மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு} = D_4\,\overline{R}$$
$$= 6{\cdot}34$$
$$\text{கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு} = D_3\,\overline{R}$$
$$= 0.$$

தொகுதிக் கட்டுபாட்டு வரைகள் (Group Control Charts)

ஒரே பொருளைப் பல ஆலைகள் உற்பத்தி செய்யும் போது அந்தப் பொருளின் அளவிற்குப் பல கட்டுப்பாட்டு வரைகள் வரைவதற்கு பதிலாக ஒரே வரையில் தேவையான அளவுகளைப் பயன்படுத்தி இது வரையப்படுகிறது. முதன் முறையாக இந்த முறை இங்கிலாந்தில் நூல் உற்பத்தித் துறையில் பல கண்டுகளுக்கு ஒரு வரைப்படம் வரைவதன் மூலம் ஆரம்பிக்கப்பட்டது. ஆனால் ஒரே மாதிரி உற்பத்தியாகின்ற எல்லாத் துறைகளுக்கும் பொருந்தும். ஒவ்வோர் உற்பத்தித் துறையினின்றும் கூறுகள் எடுக்கப்பட்டு அதற்கு $\overline{X}$, R கணக்கிடப்படுகின்றன. எல்லா $\overline{X}$ களுக்கும் சேர்த்து $\overline{\overline{X}}$ கண்டு பிடிக்கப்படுகிறது. இதேபோல் $\overline{R}$ கண்டு பிடிக்கப்படுகிறது. இந்த அளவுகளை வைத்து $\overline{X}$, R வரைகள் வரைப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு துறையிலிருந்தும் எடுத்த முதற் கூறுகளுக்கு உள்ள $\overline{X}$ மதிப்புகளில் பெரியதும், சிறியதும் படத்தில் குறிக்கப்பட்டு, அவற்றிற்கான ஆலை எண்ணும் குறிக்கப்படுகிறது. பிறகு இரண்டாவது கூறிலும் இதே போல் மிகப் பெரியதும் மிகச் சிறியதும் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த முறையில் எல்லாக் கூறுப் புள்ளிகளும் குறிக்கப்படுகின்றன. பெரிய அளவுகள் அனைத்தும் நேர் கோட்டால் இணைக்கப்படுகின்றன. இதே போல் சிறிய அளவுகள் யாவும் நேர் கோட்டால் இணைக்கப்படுகின்றன. இதே முறையில் R வரையும் வரையப்படுகிறது. பல வரைகளுக்கு பதிலாக ஒரே வரை உள்ளது. இதிலுள்ள நன்மை ஆகும்.

5. கூறு முறையில் குவியல் வாங்கல்—பண்புகளுக்கான முறைகள்
(Acceptance Sampling for Attributes)

உற்பத்தியாளர்களும், துய்ப்போரும் (consumers) மிகவும் தொடர்பு உள்ளவர்கள். உற்பத்தியாளர் துய்ப்போரின் தேவைக்கு ஏற்பக் குறியளவுகளை அமைத்து உற்பத்தி செய்கிறார். அந்த முறையில் உற்பத்தி தொடர்ந்து நடைபெறுவதற்காகக் கட்டுப்பாடு வரைகள் போன்ற வழிகளைப் பின்பற்றுகிறார். துய்ப்போர் அவரிடமிருந்து பொருள்களை வாங்கும்போது பொருள்கள் அனைத்தும் குறிப்பிட்ட தன்மைகளை உடையனவாயிருக்கின்றனவா எனச் சோதிக்க வேண்டிய நிலையில் இருக்கின்றார். ஒன்றிரண்டு பொருள்கள் வாங்குவது என்றால் தனியே சோதித்து வாங்கி விடலாம். ஆனால் குவியல் (lot) குவியலாக ஏராளமாக பொருள்களை வாங்கும்போது இந்த முறையில் வாங்குவது சிரமமாயிருக்கலாம். ஆகையால் கூறு முறையில் (Sampling method) குவியல்களைச் சோதித்து வாங்குவது இன்னொரு முறை. கூறு முறையில் பொருள்கள் வாங்குவது சிக்கனமானது, குறைவான நேரத்தில் முடிவது. 100 சதவிகிதம் பொருள்களை சோதித்து வாங்குவதில் செலவும் அதிகம், நேரமும் அதிகம் விரையமாகும். மேலும் எப்படித்தான் 100 சதவிகிதம் பொருள்களைச் சோதனை செய்தாலும் எல்லாக் குறைகளையும் நீக்கிவிட முடியாது. இன்னும் சில சமயங்களில் பொருள்களைச் சோதனை செய்யும்போது அதனை அழித்துத்தான் அதன் குணத்தைத் தெரிந்து கொள்ள முடியும். சான்றாக மின் விளக்கின் வாழ்க்கையைச் சோதிப்பது போன்ற சோதனை முறைகள். இது போன்ற பொருட்களை வாங்குவதில் கூறு முறைகளை விட்டால் வேறு வழியே இல்லை.

எந்தக் கூறு முறையிலும் கவனிக்க வேண்டிய சேதிகள், அது நல்ல தரமான குவியல்களை (good lots) எப்படிப் பொறுக்குகிறது, தரமில்லாத குவியல்களை (bad lots) எப்படி ஒதுக்குகிறது, அந்த முறையால்

விளையும் செலவினங்கள் என்ன என்பதாகும். கூறு முறைகளில் இரு தவறுகள் நடக்கச் சாத்தியமுண்டு. நல்ல குவியல்களை நிராகரிப்பது ஒன்று, தரமில்லாத குவியல்களை ஏற்பது இன்னொன்று. இந்த இரு தவறுதல்கள் நடப்பதற்கான நிகழ்தகவு மிகக் குறைவாய் இருத்தல் வேண்டும். செலவினங்கள், கூறு முறைகளைப் பற்றிப் பணியாளர் களுக்குச் சொல்லிக் கொடுப்பதாலும், நிராகரிக்கப்பட்ட குவியல்களை 100 சதவிகிதம் சோதனை செய்வதாலும் ஏற்படுகின்றன.

பண்புகளுக்கான முறைகள்
(For attributes)

ஒருகூறு முறை (Single sampling method): குவியலி லிருந்து ஒரு கூறு எடுக்கப்படுகிறது. கூறின் உருவ அளவு (Sample size) n என்று இருக்கட்டும். இந்தக் கூறில் உள்ள குறைபாடுடை யவை (defective) c அல்லது அதற்குக் குறைவாக இருந்தால் குவியல் ஏற்படுகிறது. இல்லாமல் அதிகமாக இருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப் படும். இந்த முறைக்கு ஒருகூறு முறை எனப் பெயர்.

இருகூறு முறை (Double sampling method): குவியலி லிருந்து ராண்டம் முறையில் முதலில் n_1 அளவுள்ள ஒரு கூறு எடுக்கப் படுகிறது. இதில் c_1 அல்லது அதற்குக் குறைவான குறைபாடுடையவை இருந்தால் குவியல் ஏற்கப்படுகிறது. குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை c_2-க்கு அதிகமாக இருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது. குறை பாடுகள் c_1-க்கு அதிகமாயும் c_2க்கு குறைவாயும் இருந்தால் மற்றொரு கூறு (n_2 பொருட்கள்) எடுக்கப்படுகிறது. இந்த n_1+n_2 பொருட்களில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை c_2 அல்லது குறைவாக இருந்தால் குவியல் ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது. எண்ணிக்கை c_2 க்கு அதிக மென்றால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது. சுருக்கமாக,

ஒருகூறு முறையில் d குறையுள்ள பொருள்களிலிருந்து

$d \leqslant c$ என்றால் குவியல் ஏற்கப்படும்

$d > c$ என்றால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும்

இருகூறு முறையில் n_1 பொருள்களில் d_1 குறைபாடுகள்

$d_1 \leqslant c_1$ என்றால் குவியல் ஏற்கப்படும்

$d_1 > c_1$ என்றால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும்

$c_1 < d_1 < c_2$ இரண்டாம் கூறு எடுக்கப்படும்

அதன் பிறகு d_1+d_2 குறைபாடுகள் n_1+n_2 பொருட்களிலிருந்து

$d_1+d_2 \leqslant c_2$ குவியல் ஏற்கப்படும்

$> c_2$ குவியல் நிராகரிக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒருகூறு முறை

$$n = 150, \quad c = 4, \quad N = 3000$$

N = குவியலிலுள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கை இரு கூறு முறை:

$$n_1 = 100 \quad c_1 = 2$$
$$n_2 = 200 \quad c_2 = 5$$
$$N = 3000.$$

இதில் பயன்படும் சில குறியீடுகள் (Notations)

n = ஒருகூறு முறையில் கூறிலுள்ள பொருள்கள்

N = குவியலிலுள்ள பொருள்கள்

n_1 = முதற் கூறிலுள்ள பொருட்கள்

n_2 = இரண்டாம் கூறிலுள்ள பொருட்கள்

d = ஒருகூறு முறையில் கூறில் உள்ள குறைபாடுகள்

d_1 = இருகூறு முறையில் முதற் கூறில் உள்ள குறைபாடுகள்

d_2 = இருகூறு முறையில் இரண்டாம் கூறிலுள்ள குறை பாடுகள்

c = ஏற்பு எண் (ஒருகூறு முறை)

= கூடுதலாக அனுமதிக்கக் கூடிய குறைபாடுகள்

$c+1$ = நிராகரிப்பு எண் (ஒருகூறு முறை)

c_1 = முதற் கூறில் ஏற்பு எண்

c_2 = இரு கூறுகள் எடுத்தபின் ஏற்பு எண்

= மொத்தமாக இரு கூறுகளிலும் சேர்ந்து கூடுதலாக அனுமதிக்கக்கூடிய குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை

c_2+1 = நிராகரிப்பு எண் (இருகூறு முறை)

D = குவியலிலுள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை

p' = குவியலின் குறைப்பின்னம்$_2$ குவியலின் தரம்

= D/N

Pa = Probability of acceptance

= குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு

PR = Producer's risk

= உற்பத்தியாளரின் இடர்பாடு

= நல்ல தரமுள்ள குவியலை (p' மிகக் குறைவு) நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$= \alpha$

AQL = Acceptable Quality Level

= ஏற்றுக் கொள்ளத்தக்க குவியல் தர நிலை

AQL = குறைந்த விகித தருணங்களில் நிராகரிக்கப்படும் குவியல் தர நிலை, வழக்கத்தில் AQL க்கு உள்ள $PR = \cdot 05$.

CR = துய்ப்போரின் இடர்பாடு (Consumer's risk)

= தரமில்லாத குவியலை (p' அதிகம்) ஏற்றுக் கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு

$= \beta$

$LTPD$ = (நுகர்பவர்) துய்ப்போர் நிராகரிக்கும் தர நிலை (Lot Tolerence Percent Defective)

$LTPD$ = குறைந்த விகித தருணங்களில் ஏற்றுக் கொள்ளப்படும் குவியல் தர நிலை. வழக்கத்தில் $LTPD$ க்கு உள்ள $CR = \cdot 10$.

கூறு முறை பலதரப்பட்ட குவியல்களை எவ்வாறு ஏற்றுக் கொள்கிறது என்று தெரிந்துகொள்ளக் குணங்காட்டி வரை (Operation characterestic curve) வரையப்படுகிறது. இதன் மூலம் பலதரப்பட்ட குவியல்களை இந்த முறை ஏற்றுக் கொள்வதன் நிகழ்தகவு (P_a) என்ன வென்று தெரிந்து கொள்ளலாம். முதலில் $N=3000$, $n=150$, $c=4$ என்ற ஒரு கூறு முறையைப் பார்ப்போம். குவியலின் குறைப்பின்னம் $p'=\cdot 01$ என்றிருந்தால், இந்த முறையில் அந்தக் குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு P_a எவ்வளவு என்று கணக்கிடுவோம். $p'=\cdot 01$ என்ருல் குவியலில் 30 குறைபாடுகள் இருக்கும். கூறில் 4 குறைபாடுகள் வரை இருந்தால் குவியல் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. இதற்கான நிகழ்தகவு ஹைபர் ஜியோமிதி பரவலின்படி (Hyper geometric distribution) கணக்கிடப்படுகிறது.

$$P_a = \frac{2970c_{150}}{3000c_{150}} + \frac{2970c_{149} \times 30c_1}{3000c_{150}} + \ldots\ldots$$

$$+ \frac{2970b_{146} \times 30c_4}{3000c_{150}}$$

இந்த முறையில் P_aவைக் கணக்கிடுவது மிகக் கடினமாகும். ஆகையால் இதற்குப் பதிலாக ஈருறுப்புப் பரவல் (Binomial distribution) முறையில் இது கணக்கிடப்படுகிறது. அந்த முறையில்

$$P_a = 150c_0\,(\cdot99)^{150} + 150c_1\,(\cdot99)^{149}\,(\cdot01) + \ldots\ldots + 150c_4\,(\cdot99)^{146}\,(\cdot01)^4$$

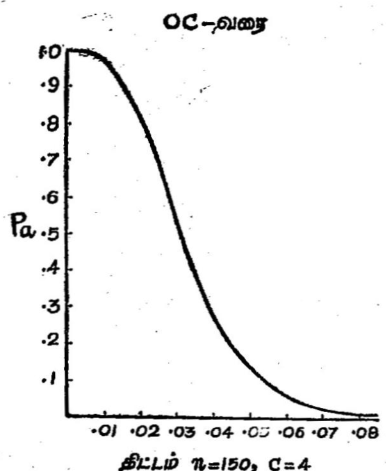
இதையும் கணக்கிடுவது அவ்வளவு சுலபமல்ல. ஆகையால் இதற்குப் பதிலாக பாய்ஸான் பரவல் (Poisson distribution) முறையில் தோராயமாக P_a கணக்கிடப்படுகிறது.

$$P_a = e^{-1\cdot5} + e^{-1\cdot5}\,1\cdot5 + e^{-1\cdot5}\,\frac{(1\cdot5)^2}{2!} + \ldots\ldots + e^{-1\cdot5}\,\frac{(1\cdot5)^4}{4!}$$

இதற்கான பட்டியலை மோலினுஸ் (Molinas) என்பவர் கணக்கிட்டுள்ளார். எனவே பாய்ஸான் முறையில் மோலினுஸ் பட்டியலைப் பயன்படுத்தி

$P_a = \cdot381$ என கணக்கிடப்படுகிறது.

இதையே ஹைபர் ஜியோமிதி முறையில் கணக்கிட்டால் $P_a = \cdot985$ என்றிருக்கும். பாய்ஸான் முறையில் தோராயமாகக் கணக்கிடுவதால் பிழை அதிகம் ஏற்படுவதில்லை. இதே முறையில் $p' = \cdot02,\ \cdot03,\ \cdot04,$



படம் 14.

$\cdot05,\ \cdot06,\ \cdot07,\ \cdot08$ என்ற பிற தரநிலைகளுக்குள்ள P_a கணக்கிடப்படுகிறது. p'ஐ x-அச்சிலும் P_aஐ y-அச்சிலும் குறித்து ஒரு வரை எழுதினால் அதற்கு OC வரை என்று பெயர்.

p'	கூறில் எதிர்பார்க்கப்படும் குறைபாடுகள்	P_a
·00	0	1·000
·01	1·5	·981
·02	3·0	·815
·03	4·5	·532
·04	6·0	·285
·05	7·5	·132
·06	9·0	·055
·07	10·5	·021
·08	12·0	·008

இதே போன்று இரு கூறு முறையிலும் பலதரப்பட்ட குவியல்களை ஏற்கும் நிகழ்தகவு கணக்கிடப்பட்டு OC வரை வரையப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு கூறு முறைக்கு OC வரை வரைக.

$$N = 3000 \quad n_1 = 100 \quad c_1 = 2$$

$$n_2 = 200 \quad c_2 = 5$$

குவியல் கீழே குறிக்கப்பட்டுள்ள வழிகளில் ஏதாவது ஒன்று சரியாக இருந்தாலும் ஏற்கப்படுகிறது.

1. முதற் கூறிய குறைபாடுகள் 2 அல்லது குறைவாயிருத்தல்.

2. முதற் கூறில் குறைபாடுகள் 3 ஆகவும் இரண்டாம் கூறில் குறைபாடுகள் 2 அல்லது குறைவாயிருத்தல்.

3. முதற் கூறில் குறைபாடுகள் 4 ஆகவும் இரண்டாம் கூறில் குறைபாடுகள் 1 அல்லது 0 ஆக இருத்தல்.

4. முதற் கூறில் குறைபாடுகள் 5 ஆகவும் இரண்டாம் கூறில் குறைவுகள் இல்லாமலும் இருத்தல்.

$p' = \cdot 01$ என்றிருக்கையில் P_a என்னவென்று பார்ப்போம்.

(1)இல் குறிப்பிட்டபடி இருக்க நிகழ்தகவு $= \cdot 920$

(2)இல் குறிப்பிட்டபடி இருக்க நிகழ்தகவு கணக்கிடப்பட வேண்டும்.

முதற் கூறிய 3 குறைபாடுகள் இருக்க நிகழ்தகவு

$$= e^{-1}\frac{(+1)^3}{3!} = \cdot 061$$

இரண்டாம் கூறில் 2 அல்லது குறைவான குறைபாடுகள் இருக்க

நிகழ்தகவு $= e^{-2} + e^{-3} \frac{(+2)}{1!} + e^{-2} \frac{(+2)^2}{2!}$

$= \cdot 677$

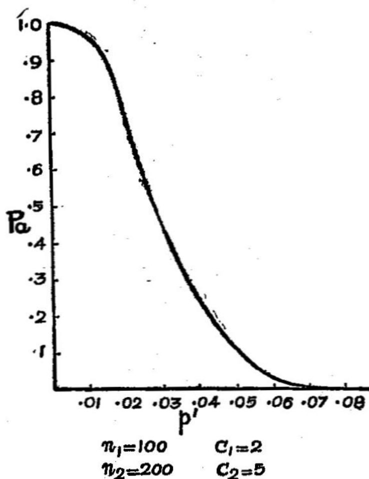
முதற் கூறில் 3 குறைபாடுகளும் இரண்டாம் கூறில் அல்லது குறைவான குறைபாடுகளும் சேர்ந்து நிகழ

நிகழ்தகவு $= \cdot 667 \times \cdot 061$

$= \cdot 041$

(3)இல் குறிப்பிட்டபடி இருக்க இதேபோல் நிகழ்தகவு கணக்கிடப்பட வேண்டும்.

OC–வரை



படம் 15.

முதற் கூறில் 4 குறைபாடுகள் இருக்க நிகழ்தகவு $= \cdot 015$

இரண்டாம் கூறில் $\leqslant 1$ குறைபாடுகள் இருக்க நிகழ்தகவு $= \cdot 406$

எனவே (3)இல் குறிப்பிட்டபடி நடக்க நிகழ்தகவு $= \cdot 406 \times \cdot 015$

$= \cdot 006$

(4)இல் குறிப்பிட்டபடி நடக்க நிகழ்தகவு இதே போன்று கணக்கிடப்படுகிறது.

அதற்கான நிகழ்தகவு $= (\cdot 003)\ (\cdot 135)$

$= \cdot 000$

இந்த 4 நிகழ்ச்சிகளில் ஏதேனும் ஒன்று நடந்தாலும் குவியல் ஏற்கப்படும்.

எனவே $P_a = \cdot 920 + \cdot 041 + \cdot 006 + \cdot 000$

$= \cdot 967$

ஆக இருகூறு முறையில் $p' = \cdot 01$ ஆக இருக்கும்போது $P_a = \cdot 967$. இதே முறையில் $p' = \cdot 02, \cdot 03, \cdot 04, \cdot 05, \cdot 06, \cdot 07, \cdot 08, \cdot 09$ என்ற மதிப்புகளுக்கு P_a கணக்கிடப்பட்டு OC வரை வரையப்படுகிறது.

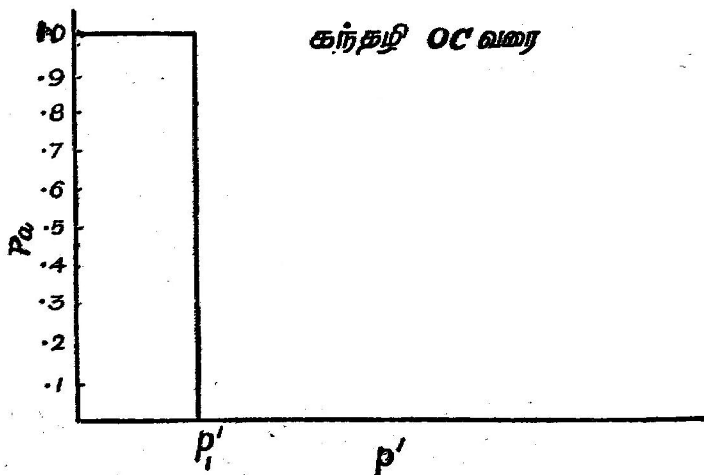
p'	P_a
·00	1·000
·01	·967
·02	·728
·03	·440
·04	·241
·05	·125
·06	·062
·07	·030
·08	·014
·09	·006

இரு OC வரைகளையும் ஒப்பிட்டுப் பார்த்தால் இரண்டும் ஒன்று போல் இருப்பது தெரியும்.

(இலட்சிய OC வரை) கந்தழி OC வரை (Ideal OC curve): இது படம் 16ஐப் போல் செவ்வக வடிவில் இருக்கும். துய்ப்போர் ஏற்றுக் கொள்ளும் தரமுள்ள எல்லாக் குவியல்களும் இந்த OC வரையுள்ள திட்டத்தால் ஏற்கப்படும். அந்தத் தரமில்லாத குவியல்கள் அனைத்தையும் திட்டம் நிராகரித்து விடும். இதில் உற்பத்தியாளரின் இடர்பாடு (α) 0 ஆகும். அதேபோல் துய்ப்போரின் இடர்பாடும் (β) பூஜ்யமாகும். துய்ப்போர் ஏற்றுக் கொள்ளும் குறைந்த தரம் P_1 என்று என்றிருந்தால் P_1' அல்லது அதைவிட தரமான குவியல்களை ஏற்கும் நிகழ்தகவு (P_a) 1 ஆகும். P_1' ஐ விட குறைந்த தரமுள்ள குவியல்களை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு 0 என்றிருக்கும். உண்மையான வாழ்க்கையில் குவியல்களை வாங்கும்போது எந்தத் திட்டத்திற்கும் இது போன்ற OC வரை இருப்பதில்லை. எவ்வளவுக்கு இதை அடுத்து OC வரை இருக்கிறதோ அவ்வளவிற்கு அது நல்ல திட்டமாயிருக்கும்.

கொடுக்கப்பட்ட திட்டத்திற்கு *LTPD, AQL* கண்டு பிடிக்கும் முறை: திட்டம் $N = 3000$, $n = 150$, $C = 4$ மோலினஸ் பட்டியலி

லிருந்து என்ன np' மதிப்பிற்கு 4 அல்லது குறைவான குறைபாடுகளுக்கான நிகழ்தகவு 10 இருக்கும் என்று பார்க்க வேண்டும்.



படம் 16.

$np' = 150p' = 8{\cdot}0$ என்று பட்டியலிலிருந்து தெரியும்.

$$p' = \frac{8{\cdot}0}{150} = {\cdot}0533 = LTPD$$

இதே போன்று AQL கண்டு பிடிக்க 4 அல்லது குறைவான குறைபாடுகளுக்கு நிகழ்தகவு ·95 இருப்பதற்கான np' இன் மதிப்பைக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும்.

$np' = 1{\cdot}9$ என்றிருந்தால் $P_a = {\cdot}956$

$np' = 2{\cdot}0$ என்றிருந்தால் $P_a = {\cdot}947$

ஆகையால் இடைச் செருகல் முறையில் $np' = 1{\cdot}97$ என்றிருக்கையில் $P_a = 950$ என்றிருப்பது தெரிகிறது.

$$\therefore p' = \frac{1{\cdot}97}{150} = {\cdot}0131 = AQL.$$

இந்த முறைக்கு பதிலாக திட்டத்தின் குணங்காட்டி வளைகோடு வரைந்து அது கொண்டு $LTPD$, AQL மதிப்புகளைப் பெறலாம்.

இருகூறு முறையில் $LTPD$, AQL மதிப்புகளைப் பெற குணங்காட்டி வளைகோட்டைப் பயன்படுத்துதல் எளிதாக அமைகிறது.

வெளியேறும் மையத்தர வரை
(Average outgoing quality curve) AOQ வரை

கூறு முறைத் திட்டத்தின் பண்புகளைத் தெரிவிக்கும் இரண்டாவது வரை இதுவாகும். எல்லாக் குவியல்களும் கூறுமுறையில் சோதிக்கப்

பட்டு ஏற்கப்படாத குவியல்களை 100 சதவிகிதம் சோதனைக்கு உள்ளாக்கி எல்லாக் குறைபாடுகளையும் நீக்கி விட்டால் இருக்கும் தரநிலை என்ன? என்ற வினாவிற்கு இது விடை தருகிறது. சோதனையில் குறைபாடுகள் மட்டும்தான் நீக்கப்படுகின்றன. தவறி நல்ல பொருள்கள் நீக்கப்படுவதில்லை என அனுமானித்துக் கொள்கிறோம். சமர்ப்பிக்கப் படும் குவியல்கள் அனைத்திற்கும் குறைப் பின்னம் ஒன்றாக p' என்று இருப்பதாக எடுத்துக் கொண்டு அந்த நிலையில் AOQ என்னவென்று பார்ப்போம்.

இதில் மூன்று நிலைகள் உள்ளன. (1) கூறுகளில் காணப்பட்ட குறைபாடுகள் நீக்கப்படாமல் அப்படியே வைத்துக் கொள்ளப்பட்டன.

2. கூறிலுள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்படுகின்றன. இதேபோல் ஏற்கப்படாத குவியல்களிலுள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்படுகின்றன. ஆனால் மீண்டும் தரமான பொருள்கள் அவற்றுக்கு பதிலாக சேர்க்கப் படுவதில்லை.

3. கூறிலுள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்பட்டு பதிலாக நல்ல பொருள்கள் சேர்க்கப்படுகின்றன. இதே போல் ஏற்கப்படாத குவியல் களில் உள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்பட்டுத் தரமான பொருட்கள் சேர்க்கப்படுகின்றன.

1 இல் கூறியது போன்ற நிலையில் AOQ கணக்கிடும் முறை: கொடுக்கப்பட்ட ஒருகூறுத் திட்டம், $N = 3000$, $n = 150$, $c = 4$. சமர்ப்பிக்கப்படும் குவியல்களின் $p' = \cdot 03$ என்று கொள்வோம். இந்த முறையின்படி சோதனைச் சாலையை விட்டு நீங்கும் குவியல்களுக்கு $p' = \cdot 03$ என்று இருக்கும், அல்லது குவியலிலிருந்து குறைபாடுகள் அனைத்தும் நீக்கப் பெற்று $p' = \cdot 00$ என்றிருக்கும். இந்த இரண்டைத் தவிர வேறு நிலையில் குவியல்கள் இராது. $p' = \cdot 03$ குவியலை ஏற்க நிகழ்தகவு $= \cdot 532$. ஆகையால் சமர்ப்பிக்கப்பட்ட குவியல்களில் $\cdot 532$ பகுதி குவியல்களுக்கு $p' = \cdot 03$ என்றிருக்கும். மீதி $\cdot 468$ பகுதி குவியல் களுக்கு $p' = \cdot 00$ என்றிருக்கும். ஆகையால் சராசரியாக மொத்தக் குவியல்களுக்கும் சேர்த்து $p' = \dfrac{532\,(\cdot 03) + \cdot 468\,(\cdot 00)}{\cdot 532 + \cdot 468}$

$$= \cdot 0160$$

பொதுவாக இந்த நிலையில் $AOQ = P_a\, p'$

$$= \cdot 532\,(\cdot 03)$$

$$= \cdot 0160$$

2 இல் குறிப்பிட்டது போன்ற நிலையில் AOQ கணக்கிடும் முறை: இப்போதும் மொத்தக் குவியல்களும் இரு விதமாகப் பிரிக்கப்

படுகின்றன. ஏற்கப்பட்ட குவியல்களில் கூறிலுள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்பட்டதால் p' •03க்கு சற்று குறைவாய் இருக்கும். ஏற்கப்படாத குவியல்கள் குறைபாடுகள் நீக்கப்பட்டுக் குறைபாடுகள் இல்லாமல் இருக்கும். உதாரணமாக 1000 குவியல்கள் சமர்பிக்கப்பட்டதாக வைத்துக் கொள்வோம். $p' = \cdot 03$ என்றிருப்பதால் ஒவ்வொரு குவியலிலும் 90 குறைபாடுகள் இருக்கும்.

கூறுகளில் 0 குறையுள்ளவற்றின் நிகழ்தகவு = •011
கூறுகளில் 1 குறையுள்ளவற்றின் நிகழ்தகவு = •050
கூறுகளில் 2 குறையுள்ளவற்றின் நிகழ்தகவு = •113
கூறுகளில் 3 குறையுள்ளவற்றின் நிகழ்தகவு = •169
கூறுகளில் 4 குறையுள்ளவற்றின் நிகழ்தகவு = •189

P_a = •532

கூறிலுள்ள குறைபாடுகள் (1)	குவியல்களின் எண்ணிக்கை (2)	குவியலில் விடப்பட்ட குறைபாடுகள் (3)	குவியல்களில் உள்ள மொத்தக் குறைபாடுகள் (2)×(3)=(4)
ஏற்கப்பட்ட குவியல்கள்			
0	11	90	990
1	50	89	4450
2	113	88	9944
3	169	87	14703
4	189	86	16254
நிராகரிக்கப் பட்டவை $\geqslant 5$	468	0	0
மொத்தம்	1000		46254

மொத்தம் 3000 × 1000 = 3,000,000 பொருட்களில் 46,341 குறைபாடுகள் இருக்கும்.

$$\text{எனவே, } AOQ = \frac{46,341}{3,000,000} = \cdot 0154$$

3 இல் உள்ள நிலையில் AOQ கணக்கிடும் முறை : (3) இல் உள்ள நிலையில் தயாரிக்கப்பட்டது போல் இப்போதும் ஒரு பட்டியல் தயாரிக்கப்படுகிறது. அத்துடன் 5வது வரிசை (column)யாக கீழ்க் கண்ட பட்டியல் இணைக்கப்படும்.

சோதனைக்குப் பிறகு குவியலில் மீதமுள்ள பொருள்கள் (5)
11 × 3000 = 33000
50 × 2999 = 149950
113 × 2998 = 338774
169 × 2997 = 506493
189 × 2996 = 566244
468 × 2910 = 1361880
மொத்தம் = 2956341

எனவே $AOQ = \frac{46341}{2956341}$

$= \cdot 0157$

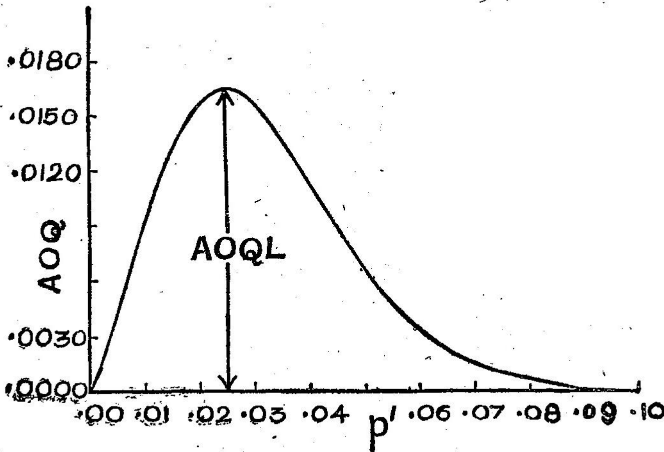
மூன்று நிலைகளிலும் கணக்கிடப்படும் AOQ ஒன்றுகவே இருப்பதால் $AOQ = P_a \times p'$ என்றே எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

ஒருகூறுத் திட்டம் $n = 150 \quad c = 4$

p'	P_a	AOQ
·00	1·000	·0000
·01	·981	·0098
·02	·815	·0163
·03	·532	·0160
·04	·285	·0114
·05	·132	·0066
·06	·055	·0033
·07	·021	·0015
·08	·008	·0006

AOQL: வெளியேறும் மையத் தரத்தின் மட்டம் (Average outgoing Quality Limit)

AOQ வரை (படம் 17) $p' = \cdot025$ என்ற இடத்தில் உச்சப் புள்ளியை (Maximum) அடைகிறது. *AOQ* வின் உச்சம் ·017. ஆகையால் $AOQL = \cdot017$. இந்தத் திட்டத்தின் மூலம் அடையக் கூடிய மிக மட்டமான தரம் $p' = \cdot017$ ஆகும். அது சமர்ப்பிக்கப்



படம் 17.

படும் குவியலின் தரம் $p' = \cdot025$ ஆக இருக்கையில் நேர்கிறது. தரம் அதைவிட மோசமாகும் போது அதாவது p'இன் மதிப்பு ·024ஐவிட அதிகமாகும் போது ஏராளமான குவியல்கள் நிராகரிக்கப்பட்டு அவற்றி லுள்ள குறைபாடுகள் நீக்கப்பட்டு *AOQ*வின் மதிப்பு குறைகிறது. p'க்கு மதிப்பு ·025ஐவிட குறைவாக இருக்கும் போது *AOQ* வின் மதிப் பும் ·017ஐவிட குறைவாக இருக்கிறது. *AOQ* வரை போடுவதற்கு 100 சதவிகிதம் சோதனை செய்ய முடிந்தால் தான் இயலும். இல்லையென்றுல் *AOQ* வரை போடுவது சாத்தியமில்லை.

சராசரிக் கூறு உருவ அளவு வரை (ASN வரை) (Averge Sample Number Curve)

கூறு முறைத் திட்டத்தில் ஆகும் செலவுகளை விவரிக்கும் வரைகள் இரண்டு உண்டு. ஒன்று சராசரிக் கூறு உருவ அளவு வரை. இன் னென்று சராசரி மொத்தச் சோதனை எண் (ATI Average Total Inspection) வரை. சமர்ப்பிக்கப்படும் p' என்ற தரத்திற்கு எத்தனை

பொருட்களை கூறு முறையில் சோதித்து முடிவெடுக்கப்படுகிறது என்ற தகவலுக்கு ASN வரை வரையப்படுகிறது.

சராசரிக் கூறு உருவ அளவு : குவியலைப்பற்றி முடிவெடுக்கு முன் சராசரியாகக் கூறு முறையில் சோதிக்கப்படும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை.

ஒருகூறு முறையில் ஏற்றுக்கொள்வதென்றாலும், நிராகரிப்ப தென்றாலும் n பொருட்கள் தான் சோதிக்கப்படுகின்றன. ஆகையால் அந்த முறைக்கு கூறின் உருவ அளவு n. இருகூறு முறையில் உருவ அளவை அவ்வளவு சுலபமாகச் சொல்லிவிடமுடியாது. அதில் உருவ அளவு n_1, n_1+n_2 ஆகிய இரு எண்களுக்குட்பட்டதாய் இருக்கும். மிக நல்ல தரமான குவியல்கள் முதற் கூறிலேயே ஏற்றுக்கொள்ளப்படும். அதே போல் மிக மோசமான தரமுள்ள குவியல்கள் முதற் கூறிலேயே நிரா கரிக்கப்படும். இடைப்பட்ட தரமுள்ள குவியல்களுக்கு இரு கூறுகள் எடுக்க வேண்டியிருக்கும். ஓர் உதாரணம் எடுத்துக் கொள்வோம். $n_1 = 100$, $n_2 = 200$, $c_1 = 2$, $c_2 = 5$ என்ற திட்டத்திற்கு $p' = \cdot 03$ ஆக இருக்கும்போது ASN என்னவென்று பார்ப்போம். முதற் கூறி லேயே குவியல் ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $= \cdot 423$

முதற் கூறிலேயே குவியல் நிராகரிக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $= \cdot 084$

எனவே முதற் கூறிலேயே முடிவெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= \cdot 423 + \cdot 084$$
$$= \cdot 507$$

ஆகையால் இரண்டாவது கூறில் முடிவெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= 1 - \cdot 507$$
$$= \cdot 493$$

$$\therefore \quad ASN = \frac{\cdot 507\,(n_1) + \cdot 493\,(n_1+n_2)}{\cdot 507 + \cdot 493}$$
$$= n_1 + \cdot 493\,(n_1+n_2)$$
$$= 198 \cdot 6.$$

பொதுவாக $ASN = n_1 + P$ [இரண்டாம் கூறு] $\times n_2$

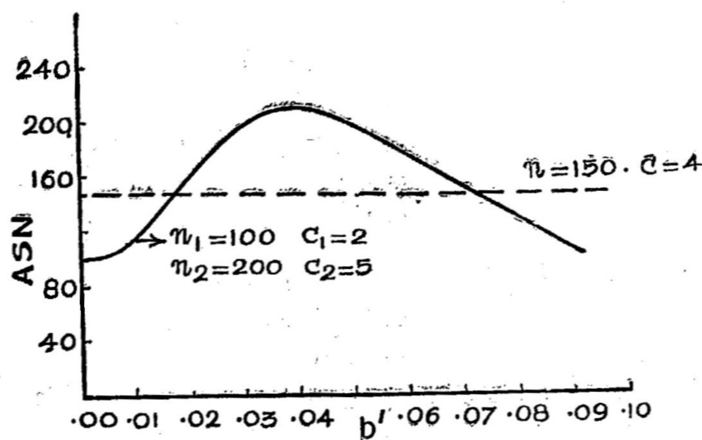
= முதற் கூறின் உருவ அளவு + இரண்டாம் கூறு எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\times n_2$

$p' = \cdot 00, \cdot 01, \cdot 02, \cdot 03, \ldots \cdot 08$ என்ற மதிப்புகளுக்கு இதே முறையில் ASN கணக்கிடப்படுகிறது.

p'	இரண்டாம் கூறு தேவைப் படுவதற்கான நிகழ்தகவு	ASN
·00	·000	100
·01	·079	116
·02	·306	161
·03	·493	199
·04	·547	209
·05	·491	198
·06	·384	177
·07	·271	154
·08	·177	135

ஒரு கூறுத் திட்டம் $n = 150c = 4$
இருகூறுத் திட்டம் $n_1 = 100n_2 = 200$
$c_1 = 1c_2 = 5$

ஆகிய இரு திட்டங்களின் OC வளைகோடுகள் ஏறக்குறைய ஒன்று போல் இருப்பதை முன்பே குறிப்பிட்டோம். இவ்விரு திட்டங்களை ஒப்பிட்டு நோக்கச் சராசரிக் கூறு உருவ அளவு வளை கோடுகள் பயன் படுகின்றன.



படம் 18.

$p' = \cdot 00$விலிருந்து $p' = \cdot 018$ வரையும் $p' > \cdot 072$ என்றிருக்கும் போதும் சராசரியாக இரு கூறு முறையில் ASN ஒரு கூறு முறையை

விடக் குறைவாயுள்ளது. இடைப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு சராசரியாக இரு கூறு முறையில் ASN அதிகமாயுள்ளது.

சராசரி மொத்தச் சோதனை எண் வரை—ATI வரை (Average Total Inspection Curve)

கூறு முறைத் திட்டத்திலுள்ள செலவைப்பற்றித் தெரிந்துகொள்ள இது உதவுகிறது. மொத்தம் கூறு முறையிலும், 100 சதவிகிதச் சோதனையிலும் எத்தனை பொருட்கள் சோதிக்கப்படுகின்றன என்று இதன் மூலம் தெரியும். ஒருகூறு முறையில் குவியல் ஏற்கப்பட்டால் n பொருட்களும் ஏற்கப்படாவிட்டால் N பொருட்களும் சோதனை செய்யப்படுகின்றன. ஆகையால் சராசரி மொத்தச் சோதனை எண் $= P_a \times n + (1 - P_a)\, N$

இருகூறு முறையில் சராசரிக் கூறு உருவ அளவுடன் (ASN உடன்) நிராகரிக்கப்பட்ட குவியல்களில் கூறுகள் போக மீதமுள்ள பொருட்களைக் கூட்டவேண்டும். ஏனெனில் அவற்றில் 100 சதவிகிதம் முறையில் ஒவ்வொரு பொருளும் சோதிக்கப்படுகிறது. சில குவியல்கள் முதற் கூறிலேயே நிராகரிக்கப்படும். அவைகளில் மீதமுள்ள $(N-n_1)$ பொருட்களும் சோதிக்கப்படும். இந்தக் குவியல்களின் எண்ணிக்கை $P_{d1} > c_2$ என்றிருக்கட்டும். எனவே முதற் கூறில் நிராகரிக்கப்பட்டுச் சோதிக்கப்படும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை $(N-n_1) \times P_{d1} > c_2$.

இதேபோல் இரண்டாம் கூறு எடுத்த பிறகு சில குவியல்கள் நிராகரிக்கப்படும். அவற்றின் எண்ணிக்கை = மொத்தக் குவியல்கள் — ஏற்கப்பட்ட குவியல்கள்.

முதற் கூறிலேயே நிராகரிக்கப்பட்ட குவியல்கள் விகிதாசாரத்தில் அது $(1 - P_a - P_d > c_2)$ என்றிருக்கும். இந்த விகிதத்தில் குவியல்கள் இரண்டாம் கூறில் நிராகரிக்கப்படும். அவற்றின் சோதனையாகும் பொருள்களின்

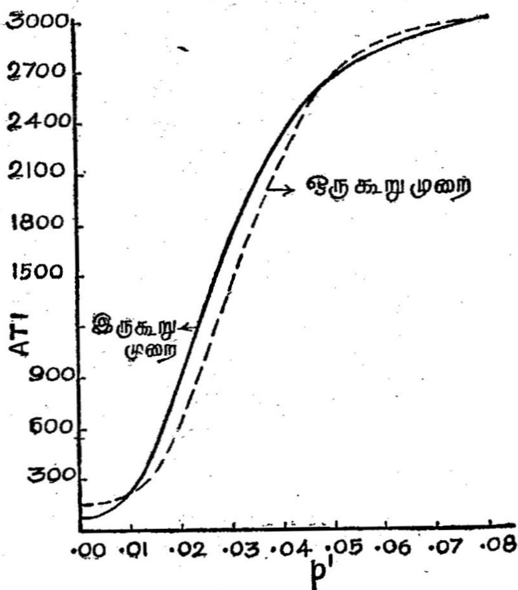
$$\text{எண்ணிக்கை} = (N - n_1 - n_2) \times (1 - P_a - P_{d1} > c_2)$$

$$\text{ஆகையால் } ATI = ASN + (N - n_1) P_{d1} > c_2 + (N - n_1 - n_2)(1 - P_a - P_{d1} > c_2)$$

$p' = \cdot 03$ என்றிருக்கையில்

$$ATI = 199 + (3000 - 100)(\cdot 084) + (3000 - 100 - 200)(1 - \cdot 440 - \cdot 084) = 172 \cdot 8$$

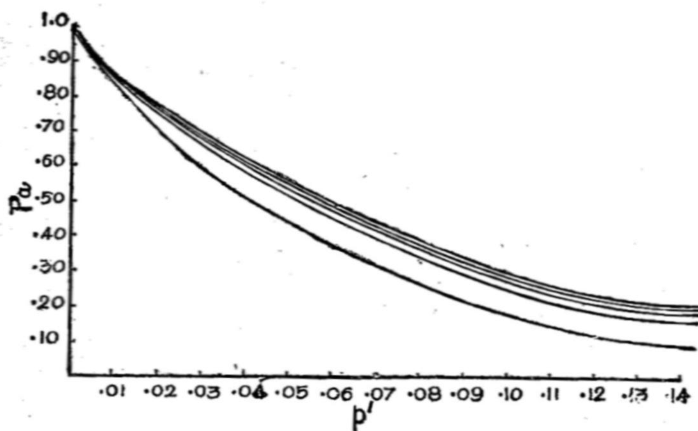
இதேபோல் p' இன் பல மதிப்புகளுக்கு ATI கணக்கிடப்படுகிறது. குவியல் எண் மீதி மூன்று வரைகளைப் பொறுத்தவரை (OC, ASN AOQ வரைகள்) முக்கியமில்லாமல் இருந்தது. ஆனால் இந்த வரையில் அது முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது. மொத்தச் சோதனை எண் குவியல் எண்ணைப் பொறுத்து இருக்கிறது.



படம் 19.

p'	ஒரு குவியலுக்கு ATI	
	ஒரு கூறு முறை	இரு கூறு முறை
·00	150	100
·01	204	205
·02	677	899
·03	1484	1728
·04	2188	2301
·05	2624	2637
·06	2843	2820
·07	2940	2913
·08	2977	2959

*படம் 20இல் 5 ஒருகூறு முறைகளுக்கான OC வரைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எல்லாவற்றிற்கும் கூறின் உருவ அளவு (n)



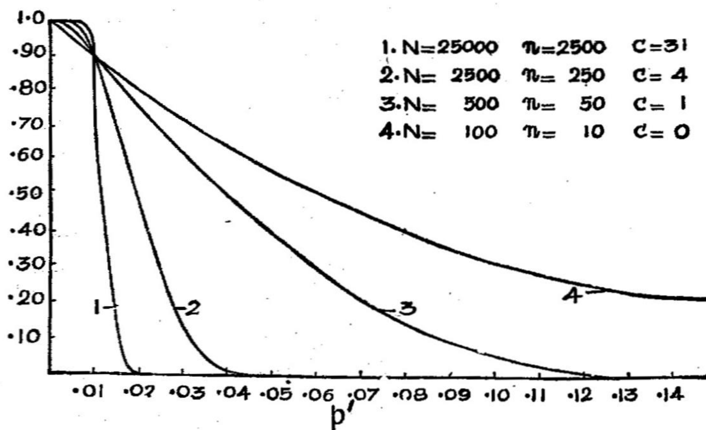
படம் 20.

10 என்றும் $C = 0$ என்றும் உள்ளது. கீழேயிருந்து முதலாவது வரைக்குக் குவியல் எண் $N = 20$, இரண்டாவதற்கு $N = 40$, மூன்றுவது வரைக்கு $N = 100$, நான்காவதற்கு $N = 300$, ஐந்தாவது வரைக்கு $N = \infty$. இந்த ஐந்து வரைகளிலிருந்தும் கூறு முறையில் நல்ல குவியலைப் பொறுக்குவதற்கு N முக்கியமல்ல என்று தெளிவாகத் தெரிந்துகொள்ளலாம். $N = 20$ இருந்தால் நல்ல குவியலைப் பொறுக்குவதற்கு நிகழ்தகவு எவ்வளவு இருக்கிறதோ அதற்கும் $N = 40$ (அல்) 300 (அல்) ∞ என்றிருந்தால் குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவிற்கும் பெருமளவில் வேறுபாடு இல்லை என்பதைத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

படம் 21இல் குறிப்பிட்டுள்ள 4 OC வரைகளிலும் 10 சதவிகிதம் என்ற அளவில் கூறுகள் எடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு வரையிலும் $p' = \cdot 01$ என்ற குறைப் பின்னம் உள்ள குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு ·90 என்றிருக்கும்படி Cயின் மதிப்பு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஆகையால் 4 OC வரைகளும் (·01, ·90) என்ற புள்ளி வழியாக வருகிறது. $n = 10$, $C = 0$ என்ற திட்டம் நல்ல தரமில்லாத குவியல்களை அதிகமாக ஏற்கிறது. ஆகையால் இந்தத் திட்டம் தரமுள்ளவற்

*இந்தப் பகுதியிலுள்ள எடுத்துக்காட்டுகள் பேராசிரியர் பர் எழுதிய **Engineering Statistics and Quality Control** என்ற நூலிலிருந்து **McGrow—Hill** கம்பெனியாரின் அனுமதியுடன் எடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

றையும், தரமில்லாதவற்றையும் சரியாகப் பிரிக்கவில்லை. அதேசமயம் $n = 2500$, $C = 31$ என்ற கூறு முறையில் $p' = \cdot 01$ என்றிருந்தால் $P_a = \cdot 90$ என்றும் $p' = \cdot 02$ என்றிருந்தால் $P_a = 0$ என்றும் இருக்கிறது. இதுவும் அவ்வளவு நல்லதல்ல. ஏனெனில் நல்ல தரமுள்ள குவியல்களையும் நிராகரித்துவிடுகிறது. ஆகையால் 10 சதவிகிதக்

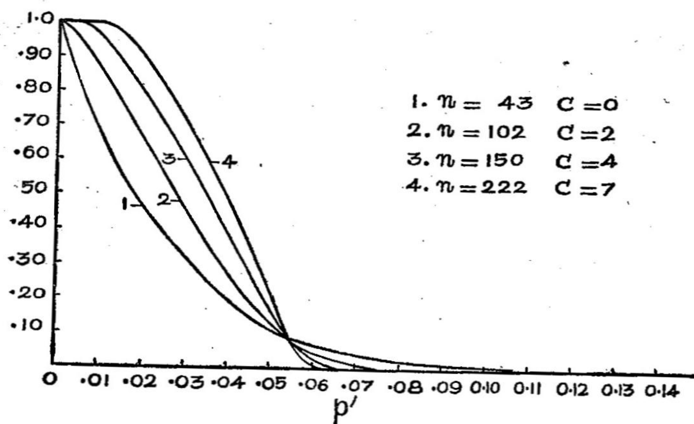


படம் 21.

கூறு முறையில் 25000 பொருட்களில் 2500ஐ எடுத்து சோதிப்பதில் நல்ல குவியல்கள் நிராகரிக்கப்படுகின்றன. அதேசமயம் $N = 100$ ஆக இருந்து 10 சதவிகிதக் கூறாக 10 பொருட்களைச் சோதித்தால் தரமில்லாத குவியல்களை ஏராளமாக ஏற்கிறது. ஆகையால் 10% கூறு எடுப்பதால் குவியல்கள் தேர்ந்தெடுப்பதில் ஒரே சீரான பாதுகாப்பு கிடைப்பதில்லை என்று தெரிகிறது.

குறிப்பிட்ட பாதுகாப்பு தரும் கூறு முறையைத் தேர்ந்தெடுக்கும் விதம்: *LTPD* 5·3 சதவிகிதம் உள்ள ஒருகூறு முறையைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும் என வைத்துக்கொள்வோம். இந்த விதமான பாதுகாப்பைத் தரும் திட்டங்கள் ஏராளமாக இருக்கும். (1) $n = 43$, $C = 0$, (2) $n = 102$, $C = 2$ (3) $n = 150$, $C = 4$ (4) $n = 222$, $C = 7$ ஆகிய நான்கு திட்டங்களும் (படம் 22) குறிப்பிட்ட பாதுகாப்பைத் தருகின்றன. ஆனால் உற்பத்தியாளரைப் பொறுத்தவரை தரமுள்ள குவியல்களை நிராகரிக்கும் நிகழ்தகவு ஒவ்வொன்றிற்கும் வித்தியாசமாய் உள்ளது. ஆகையால் கூறு முறையைப் பொறுக்குவதில் இந்த நிபந்தனையுடன் இன்னொரு நிபந்தனையும் கொடுக்க வேண்டும். அப்போதுதான் ஒரு குறிப்பிட்ட கூறு முறையைத்

தெரிந்தெடுக்க முடியும். இன்னொரு நிபந்தனையாக AQLஐக் கொடுக்கலாம். அல்லது நிபந்தனை ஒன்றைத் திருப்திப்படுத்தும் திட்டங்



படம் 22.

களில் சராசரி மொத்தச் சோதனைச் செலவு எதற்குக் குறைவாக இருக்கிறதோ அதைத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம். இதற்காக ஒவ்வொரு திட்டத்திற்கும் ATI வரை வரைந்து அதிலிருந்து எதற்குச் சோதனைச் செலவு குறைவாயுள்ளது என்று தெரிந்துகொள்ளலாம்.

குறிப்பிட்ட AQL, LTPD உள்ள ஒரு கூறுத் திட்டம் தேர்ந்தெடுக்கும் விதம் :

$$AQL = \cdot 01 = p_1' \qquad PR = \cdot 05$$
$$LTPD = \cdot 03 = p_2' \qquad CR = \cdot 10$$

என்று உள்ள ஒரு கூறுத் திட்டம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். முதலில் Cக்கு ஒரு மதிப்புக் கொடுத்து அதனின்று nஇன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். இதற்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள (OC வரையிலுள்ள) புள்ளிகளில் ஏதாவது ஒன்றைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

$C = 5$ என்று எடுத்து $LTPD$ புள்ளியைப் பயன்படுத்துவோம். மோலினாஸ் பட்டியலில் $C \leqslant 5$ என்பதற்கான நிகழ்தகவு எந்த np' மதிப்பிற்கு $\cdot 10$ இருக்கிறது என்று பார்க்கவேண்டும். $np' = 9 \cdot 3$ என்ற மதிப்பிற்கு $P_d \leqslant 5 = \cdot 10$ என்றிருக்கிறது. ஆகையால் $np' = 9 \cdot 3$, $n = 9 \cdot 3 / \cdot 03 = 310$ என்று கிடைக்கும். $n = 310$, $C = 5$ என்ற திட்டம் குறிப்பிட்ட $LTPD$ உடையதாய் உள்ளது. இந்தத் திட்டத்திற்கான $PR = \cdot 094$ என்றுள்ளது. இது கொடுக்கப்பட்ட

PRஐவிட அதிகமாக உள்ளது. இந்த PRஐக் குறைப்ப தற்கு n அதிகமாக இருக்க வேண்டும். n அதிகமாக இருந்தால் C அதிகமாக இருக்கவேண்டும். ஆகையால் அடுத்து $C = 7$ என்று எடுத்து முயற்சிப்போம். $Pd_{\leqslant 7} = \cdot 10$, $np' = 11 \cdot 8$ என்ற மதிப் பிற்கு இருக்கிறது. எனவே $n = 393$, $n = 393$, $C = 7$ என்ற திட்டம் கிடைக்கிறது. இந்த திட்டத்திற்கு $PR = \cdot 047$ என்றிருக் கிறது. இது $\cdot 05$ என்ற மதிப்பிற்கு மிக நெருங்கியிருப்பதால் $n = 393$, $C = 7$ என்ற திட்டம் கொடுக்கப்பட்ட இரு நிபந்தனைகளையும் பூர்த்தி செய்கிறது. இதேபோல் இருகூறுத் திட்டத்தில் கண்டுபிடிப்பது மிகச் சிரமமான காரியம். அப்படியே கண்டுபிடித்தாலும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட திட்டங்கள் இந்த நிபந்தனையைப் பூர்த்தி செய்யும்.

6. பண்புகளுக்கான சில திட்டங்கள்
(Some Standard Plans for Attributes)

தரமான திட்டங்களை உடனடியாகக் கிடைக்கும் வகையில் பிரசுரித்துள்ளார்கள். கொலம்பியா பல்கலைக்கழக ஆராய்ச்சிக் குழு (S. R. G.) கூறு முறைச் சோதனை என்று ஒரு புத்தகம் பிரசுரித்துள்ளார்கள். இதில் AQL அடிப்படையில் ஒருகூறு, இருகூறு, பலகூறுத் (Multiple sampling) திட்டங்களை எப்படித் தேர்ந்தெடுப்பது என்பதற்கான முறைகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு கூறு முறைக்கும் $A.O.Q.L.$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதனால் அந்தக் கூறு முறையினுயில் கிடைக்கும் மிக மோசமான தரம் இன்னவென்று தெரிந்து கொள்ளலாம். கொடுக்கப்பட்டுள்ள திட்டங்கள் எல்லாவற்றுக்கும் OC வரைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

டாட்ஜ்—ரோமிக் பட்டியல்கள் (Dodge—Romig tables): துய்ப்பவர்க்குக் குறைந்த மொத்தச் சோதனைச் செலவுடன் குறிப்பிட்ட பாதுகாப்பு அளிக்கும் நோக்குடன் டாட்ஜ், ரோமிக் என்பவர்களால் தயாரிக்கப்பட்டது. பாதுகாப்பு $LTPD$ அல்லது $AOQL$ முறையில் அளிக்கப்படுகிறது. ஒருகூறு இருகூறுத் திட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பட்டியல்கள் நான்கு விதமாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை SL, DL, SA, DA என்பன. முதலிரண்டும் குறிப்பிட்ட $LTPD$ பாதுகாப்புத் தரும், ஒருகூறு, இருகூறுத் திட்டங்கள். உதாரணத்திற்கு ஒரு பட்டியலைப் பார்ப்போம். DA = பட்டியல் $AOQL$ = 2·0 சதவீதம் பாதுகாப்பு அளிக்கிறது. குவியலின் எண்ணிக்கையும், உற்பத்தியின் மையத் திறனும் தெரிந்தால் தேவையான திட்டத்தைப் பட்டியலிலிருந்து தெரிந்து கொள்ளலாம். இதில் குவியலின் எண்ணிக்கை 1 இலிருந்து 100,000 வரைக்கான திட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் உற்பத்தியின் மையத் திறன் 0·00 சதவீதத்திலிருந்து 2·00 சதவீதம் வரை 86 பத்திகளில் (columns) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 2 சதவீதம் உற்பத்தி மையத் திறனுள்ள 200 பொருட்கள்

Double Sampling Plan—இருகூறுத் திட்டம்

AOQL 2·0%

உற்பத்தியின் மையத்திறன்	0—·04						·05—·40	·41—·80	·80—1·20	1·20—1·60	1·61—2·00					
குவியலிலுள்ள பொருள்களின் எண்ணிக்கை	முதற் கூறு n_1	c_1	இரண்டாம் கூறு n_2	n_1+n_2	c_2	pt %					முதற் கூறு n_1	c_1	இரண்டாம் கூறு n_2	n_1+n_2	c_2	pt %
1—15	A11	0	—	—	—	—	*				A11	0	—	—	—	—
16—50	14	0	—	—	—	13·6					14	0	—	—	—	13·6
51—100	21	0	12	33	1	11·7					23	0	23	46	2	10·9
101—200	24	0	13	37	1	11·0					27	0	28	55	2	9·6
201—300	26	0	15	41	1	10·4					32	0	48	80	3	8·4
301—400	26	0	16	42	1	10·3					36	0	69	105	4	7·6
401—500	27	0	16	43	1	10·3					60	1	90	150	6	7·0
501—600	27	0	16	43	1	10·3					65	1	95	160	6	6·8
601—800	27	0	17	44	1	10·2					70	1	120	190	7	6·4
801—1000	27	0	17	44	1	10·2					70	1	145	215	8	6·2
1001—2000	33	0	37	70	2	8·5					110	2	205	315	11	5·5
2001—3000	33	0	41	75	2	8·2					160	3	310	470	15	4·7
3001—4000	34	0	41	75	2	8·2					235	5	415	650	20	4·3
4001—5000	34	0	41	75	2	8·2					275	6	475	750	23	4·2
5001—7000	35	0	40	75	2	8·1					280	6	575	855	26	4·1
7001—10000	35	0	40	75	2	8·1					320	7	645	965	29	4·0
10001—20000	35	0	40	75	2	8·1					395	9	835	1230	37	3·9
20001—50000	35	0	40	75	2	8·1					480	11	1090	1570	46	3·7
50001—100000	35	0	45	80	2	8·0					580	13	1460	2040	58	3·5

* இடமின்மையால் நிரப்பவில்லை.

உள்ள குவியல்களாக சமர்ப்பிக்கப்பட்டால் $AOQL = 2{\cdot}0$ சதவீதமுள்ள இருகூறுத் திட்டம் 6-வது பத்தியில் 4-வது வரிசையில் பார்த்தால் கிடைக்கும். அதாவது $n_1 = 27$, $c_1 = 0$; $n_2 = 28$, $c_2 = 2$ என்பது அந்தத் திட்டம். உற்பத்தியின் மையத் திறன் தெரியாத நிலையில் வலது பக்கம் 6-வது பத்தியில் உள்ள திட்டத்தைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு திட்டத்திற்கும் நேரே pt% என்று கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. அது அந்த திட்டத்திற்கான $LTPD$யின் மதிப்பாகும். ($CR = {\cdot}10$). எனவே தேர்ந்தெடுக்கப்படும் திட்டத்தின் $AOQL$இன் மதிப்பும் $LTPD$யின் மதிப்பும் தெரிந்திருக்கும். இதே போன்று $LTPD$ பாதுகாப்பு தரும் திட்டங்களில் (SL, DL) ஒவ்வொரு திட்டத் திற்கும் உள்ள $AOQL$ பாதுகாப்பை தனிக் கட்டத்தில் அருகே தரப்பட்டிருக்கும். அந்தத் திட்டங்களுக்கான OC வரை வரையப் பட்டிருக்காது.

புத்தக வடிவில் வேறு திட்டங்களும் வெளியாகியுள்ளன. இது அமெரிக்க தற்காப்புப் படையினரால் வெளியிடப்பட்டது. இரண்டாவது உலக யுத்தத்தின் போது ஏராளமான பொருட்களை படையினர் வாங்க வேண்டியிருந்ததால் அதற்கான திட்டங்கள் வகுத்தனர். முதலில் வெளி வந்த 'புத்தகத்திற்குப் படையினரின் பட்டியல்கள் (The Army Ordnance Tables) என்று பெயர். இதில் மொத்தம் 12 பட்டியல்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றுள் 6 பட்டியல்கள் குறைகளுக்கான (c) திட்டங்கள். மீதி 6 பட்டியல்கள் குறைபாடுகளுக்கு (defectives) ஆன திட்டங்கள். குறைபாடுகளையே விதவிதமாகப் பிரித்து, பெரிய குறை பாடுகள், சிறிய குறைபாடுகள், மிகப் பெரிய குறைபாடுகள், சாதாரணக் குறைபாடுகள் (Major, Minor, Critical, Incidental) எனப் பிரித்து, அவற்றிற்கான திட்டங்கள் தந்துள்ளார்கள். இதில் 500க்குக் குறைந்த குவியல்களுக்குத் திட்டங்கள் கிடையாது. இதிலும் திட்டங் களுக்கான OC வரைகள் கிடையாது.

அடுத்து 1950 இல் 'படையினரின் தரமான 105-A பட்டியல்கள்' (The Military Standard 105-A Tables) என்ற தலைப்புடன் திட்டங்கள் வெளியிட்டனர். இதில் ஒருகூறு, இருகூறு, பலகூறுத் திட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் இருகூறு முறையில் இரண்டாம் கூறின் அளவு முதற் கூறைப் போல் இரு மடங்காகும். இதில் ஒவ்வொரு திட்டத்திற்குமான OC வரை கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பெரும்பாலும் உற்பத்தித் துறைகளில் டாட்ஜ்—ரோமிக் பட்டியல்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

7. மாறிகளுக்கான கூறு முறைத் திட்டங்கள்
(Plans for acceptance sampling by variables)

மாறிகளுக்கான எல்லாக் கூறு முறைகளேயும் பண்புகளுக்கான முறைகளாக மாற்ற முடியும். குறிப்பிட்ட அளவுள்ள பொருள் ஏற்கத் தக்கது என்று வைத்துக் கொண்டால், பொருள்களே ஏற்கத்தக்கவை, தகாதவை எனப் பிரித்துப் பண்பளவை முறையில் கூறுமுறைத் திட்டங் களேப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். ஆனல் எல்லாப் பண்புகளுக்கான முறைகளேயும், மாறிகளுக்கான முறைகளாக மாற்ற முடியாது. ஏனெனில் எல்லாப் பண்புகளேயும் அளந்து அறிய முடியாது. குறிப் பிட்ட கூறில் n பொருட்களே எடுத்துக் கொண்டால் பெரும்பாலும் மாறி களுக்கான திட்டங்கள் பண்பிற்கான திட்டங்களின் OC வரையைவிட நல்ல OC வரையைத் தருகின்றன. மாறி பொருள்களேப் பற்றிய முழு விவரமும் கொடுக்கிறது. ஆகையால் நிராகரிக்கப்பட்ட பொருள் குறைந்த அளவு குறையுடையதா அல்லது அதிகக் குறைகள் உடையதா என்று தெரிந்து கொள்ளலாம். ஆனல் குறிப்பிட்ட n பொருட்களே கூறில் எடுத்து அளப்பதற்கு ஆகும் செலவு பண்புகளுக்கு ஆகும் செலவைவிட அதிகம் ஆகும். ஒரு பொருளே உருவாக்க 20 பாகங்கள் வேண்டியிருந்தால் 20 அளவுகளுக்கும் மாறிகளுக்கான திட்டங்களே அமலாக்க மிக அதிகமான செலவு ஆகும். இது போன்ற சமயங்களில் முக்கியமான ஒன்று அல்லது இரண்டு பாக அளவுகளுக்கு மட்டும் இந்த முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

குவியல்களே வாங்குவதில் அதன் உற்பத்தியில் முன்னல் இருந்த நிலைமைகளேப் பற்றித் தெரிந்து கொள்ளப்படுகிறது. அதற்கான $\overline{X}$, R வரைகளிலிருந்து உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருந்ததா? பொருள்கள் குறிப்பிட்ட அளவுகளுடன் தயாராயினவா என்பன போன்ற சேதிகளேத் தெரிந்து கொள்ளலாம். இதேபோல் கட்டுப்பாட்டில் இருந்தால் சோதிக்க எடுக்கும் கூறுகளில் உள்ள பொருட்களே குறைத்துக் கொள் ளலாம் அல்லது ஒன்று விட்டு ஒன்று குவியல்களேச் சோதனேச் செலவு ஏராளமாகக் குறைகிறது.

இதுவரை உற்பத்தியாகாத பொருள் முதற் குவியலாக வாங்கப்படும்போது உற்பத்திக்கான $\overline{X}$, R வரைகள் இருக்காது. இது போன்ற சமயங்களில் சற்று மிகப் பெரிதான கூறு 50 பொருட்களுக்குக் குறையாமல் எடுக்கப்படுகிறது. இதற்கான $\overline{X}$, R கணக்கிடப்படுகின்றன. இந்தக் கூறு அளவுகளுக்கான பரவலும் கணக்கிடப்படுகிறது. இதிலிருந்து பரவல் ஒரே சீராக இருக்கிறதா என்று தெரிந்து கொள்ளலாம். 50 பொருட்களையும் ராண்டம் முறையில் எடுப்பதற்கு பதிலாக 5 பொருட்களை ஓர் இடத்தில் சேர்த்து எடுத்து, இதே முறையில் 10 வித்தியாசமான இடங்களில் எடுக்கலாம். இந்தப் பத்துச் சிறு கூறுகளுக்கு $\overline{X}$, R கணக்கிடப்பட்டு உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருந்ததா என அறிந்து கொள்ளலாம். $\overline{X}$, R வரைகள் உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இல்லையெனக் காட்டினால் இந்தச் சேதியை உற்பத்தியாளர்களுக்குத் தெரிவிக்கலாம். $\overline{X}$, R வரைகள் உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருந்ததாய்க் காட்டிப் பொருள்கள் குறிப்பிட்ட அளவுடையவையாய் இருந்தால் அந்தக் குவியலை ஏற்றுக் கொள்ளலாம். உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருந்து பொருட்கள் குறித்த அளவு இல்லாமல் இருந்தால் உற்பத்தியாளருக்கு இந்தச் சேதி சொல்லப்படும்.

சைமனின் பெருங் குவியல் திட்டம்
(Grand-lot Scheme of Simon)

குவியல் குவியலாக பொருட்கள் வந்து இறங்கும்போது, ஒவ்வொரு குவியலையும் ஒரு பெருங் குவியலின் ஒரு கூறாகக் கருதி சோதிக்குமாறு சைமன் (Simon) ஒரு திட்டம் தந்துள்ளார். ஒவ்வொரு குவியலிலிருந்தும் கூறு எடுக்கப்படும். அந்தக் கூறுகளின் அடிப்படையில் கட்டுப்பாட்டு வரைகள் வரையப்படுகின்றன. எல்லா அளவுகளும் கட்டுப்பாட்டில் இருந்தால் எல்லாக் குவியல்களும் ஏற்கப்படுகின்றன. சைமனின் திட்டப்படி கட்டுப்பாட்டு வரையில் மைய அளவிலிருந்து $\pm 2\sigma'$ என்ற அளவில் இரு கோடுகள் வரையப்படுகின்றன. இந்தக் கோடுகளுக்கு அப்பால் விழும் புள்ளிகளது குவியல்கள் சந்தேகமான குவியல்கள் எனப்படும். 3σ அளவுகளுக்கு அப்பால் விழும் புள்ளிகளது குவியல்கள் நீக்கப் பெற்று அவை எல்லாவற்றையும் ஒன்றாகக் கலந்து மீண்டும் சோதிக்கப்படும். $2\sigma'$, $3\sigma'$ என்ற அளவுகளுக்குள் விழும் குவியல்கள் மிக அதிகமாயுள்ளதானால் அவை நீக்கப்படுகின்றன. அவை மிக அதிகமாயுள்ளதா என்று பார்ப்பதற்கு சைமன் தமது புத்தகத்தில் * வரைகள் கொடுத்துள்ளார். அதைச் சாதாரண

* L. E. Simon: "An Engineers Manual of Statistical Methods."

முறையிலும் கண்டு பிடிக்கலாம். உதாரணமாக 5 சதவிகிதம் புள்ளிகள் $\overline{X}$ வரையிலும் R வரையிலும் $2\sigma'$, $3\sigma'$ அளவுகளுக்குள் விழுவதானால் $p' = \cdot05$ என்று கணக்கிடப்படும். $P' = \cdot05$ என்றிருக்கும்போது மொத்தக் குவியல்களில் எத்தனை $2\sigma'$ அளவுகளுக்கு அப்பால் விழும் என்று கணக்கிடப்படுகிறது. 20 குவியல்கள் இருந்தால் $20\,P' \pm 2\sqrt{20P'\,(1-P')} = 2\cdot95$. ஆகையால் 2·95க்கு மேல் 3 குவியல்களின் புள்ளிகள் விழுந்தால் அது அதிகம். சுமார் 2 குவியலுக்கான புள்ளிகள் வெளியே விழும். அதற்குக் குறைவான புள்ளிகள் விழுந்தால் உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டில் இருந்ததாகக் கொள்ளப்படுகிறது. இதற்கு அதிகமான புள்ளிகள் வெளியே விழுந்தால் அவை நீக்கப் பெறுகின்றன. மீதி உள்ள குவியல்களுக்குக் கட்டுப்பாட்டு வரைகள் வரையப்படுகின்றன. இதே முறையைக் குறைப் பின்னம் (P), அலகிலுள்ள குறைகள் (C) ஆகியவற்றிற்கும் பயன்படுத்தலாம்.

ஷைனின் கண்ட குவியல் திட்டம்
(The Lot Plot Plan of Shainin)

இந்த முறையில் ஒவ்வொரு குவியலை ஏற்பதும் நிராகரிப்பதும் தனித்தனியே தீர்மானிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் 50 பொருட்களுக்குக் குறையாமல் கூறு எடுக்கப்படுகிறது. இந்தக் கூறிலிருந்து முழுமைத் தொகுதியின் தன்மை மதிப்பிடப்படுகிறது. இதிலிருந்து குவியலின் தரம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. ஓர் எடுத்துக் காட்டைப் பார்ப்போம்.

வெளி விட்டத்தின் அளவு 1·2590″இலிருந்து 1·2600″ என்று இருந்தால் பொருள்கள் ஏற்கப்படுகின்றன. குவியலிலிருந்து ராண்டம் முறையில் 50 பொருள்கள் கூறாக எடுக்கப்படுகின்றன. முதல் 5 பொருட்கள் ஒரு சிறு கூறாகக் கருதப்படுகின்றன. இந்த 50 பொருட்களின் அளவுகளுக்கும் ஒரு அலை வெண் பரவல் அமைக்கப்படுகிறது. முதல் 5 பொருட்களின் அளவுகள் 1 என்ற எண்ணால் குறிக்கப்பட்டு அதற்குரிய பிரிவுகளில் உள்ள கட்டங்களில் குறிக்கப்படுகின்றன. இதே போல் இரண்டாவது 5 பொருட்களின் அளவுகள் 2 என்ற எண்ணால் அதற்குரிய பிரிவில் (class) குறிக்கப்படுகின்றன. இந்த முறையில் 50 பொருட்களின் அளவுகளும் குறிக்கப்படுகின்றன. 46முதல் 50வரை உள்ள அளவுகள் 10 என்ற எண்ணால் குறிக்கப்படுகின்றன.

1·26025	11									மே.	ம. க						
1·26020	10																
1·26015	9																
1·26010	8																
1·26005	7											மேற் குறி யளவு					
1·26000	6	3															
1·25995	5	4	10														
1·25990	4	4	5	7	8	9	10										
1·25985	3	2	3	8	10												
1·25980	2	1	1	1	3	4	5	6	6	6	6	7	7	8	9	10	10
1·25975	1	2	2	3	8										$\bar{x}$		
1·25970	0	1	6	7	9												
1·25965	−1	4	5														

1·25960	−2	1	3	4	8	9											
1·25955	−3	5															
1·25950	−4	5															
1·25945	−5																
1·25940	−6	2															
1·25935	−7																
1·25930	−8																
1·25925	−9											கீ. ம. க					
1·25920	−10																
1·25915	−11																
1·25910	−12																
1·25905	−13																
1·25900	−14										கீழ்க் குறியளவு						

	கூறு	வீச்சு
	1	4
$\bar{X} = 1{\cdot}25974''$	2	11
	3	8
	4	7
$\sigma = {\cdot}000163''$	5	8
	6	2
	7	4
$\bar{R} = 7{\cdot}2$	8	6
	9	6
	10	3

$$\hat{\sigma}' = \frac{\bar{R}}{d_1} = 3{\cdot}10$$

$= {\cdot}000155''$ (கொடுக்கப்பட்ட அளவில்)

$$\bar{X} \pm 3\hat{\sigma}' = 1{\cdot}25974 \pm 3({\cdot}000155)$$

$$= 1{\cdot}25974 \pm {\cdot}000465$$

$$= (1{\cdot}25924, \quad 1{\cdot}26321)$$

இதில் மேல் அளவு மேற்குறியளவைவிட அதிகமாயுள்ளது. கீழ் அளவு குறியளவுகளுக்கும் உள்ளடங்கி உள்ளது. $\bar{X}+3\hat{\sigma}'$இன் அளவு மேற் குறியளவிற்கு மேலே இருந்தாலும் எந்தப் பொருளும் (கூறில் சோதித்தவை) மேற்குறியளவைத் தாண்டாமலே உள்ளது. உற்பத்தி யாளர் பொருட்களைச் சோதித்து எல்லாமே குறியளவிற்குட்பட்டு இருக்குமாறு அனுப்பியுள்ளார். உற்பத்தியாளர் மையத் திறனைச் சற்றுக் குறைத்தால் பொருட்களைச் சோதிக்காமலே அனுப்பினாலும் பெரும்பான்மையான பொருட்கள் குறியளவிற்கு உட்பட்டே இருக்கும். அதனால் சோதனைக்கு ஆகும் செலவு விரயமாகாது. $\bar{X}+3\sigma$ அளவு களைப் பயன்படுத்திப் பொருட்களின் அளவுகளிலுள்ள வேறுபாடுகளைக் கணிப்பது X இயல்புப் பரவலின்படி நடந்தால் சரியாக இருக்கும். அல்லாமல் பரவல் சமச்சீராக (symmetrical) இல்லையென்றால் இதன் படி கணக்கிடுவது தவறாக இருக்கும். இந்த மாதிரி சந்தர்ப்பங்களில் பொருட்களின் அளவுகளுக்குக் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகள் வரையும் விதத் தையும், குறியளவிற்கு அப்பால் உள்ள பொருட்களின் சதவிகிதத்தை மதிப்பிடும் முறைகளையும் ஸைனன் தந்துள்ளார். இப்படிப்பட்ட சமயங்களில் கூறுக்கான பொருட்களை அதிக அளவில் எடுத்தல் வேண்டும்.

மாறிகளுக்கான ஒருகூறு முறை
(Single Sampling of Variables)

இந்தப் பிரிவில் X என்பது இயல்புப் பரவலின்படி நடக்கிறது என்ற அனுமானத்தில் முறைகள் விவரிக்கப்படும்.

முதலில் σ' தெரிந்த நிலை: ஓர் உதாரணம் எடுத்துக் கொள்வோம். உருக்கினால் உருவாக்கப்பட்ட சில பொருட்களின் இழு பலம் (Tensile strength) இயல்பு விதிப்படி நடப்பதாயும் அதன் $\sigma' = 2500$ *psi* என்றும் இருப்பதாகக் கொள்வோம். 6500 *psi*க்குக் குறைவான இழுபலம் உள்ள பொருள் பயனுள்ளதாக இருக்காது. ஆகையால் குவியலின் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$ 65000 *psi*யைவிட மிக அதிக மாக இருக்கவேண்டும். $\overline{X}'$க்கு 70000 என்ற மதிப்பு சரியாக இருக்குமா என்று பார்ப்போம்.

$$t = \frac{\text{கீழ்க்குறியளவு} - \overline{X}'}{\sigma'}$$

$$= \frac{65,000 - 70,000}{2500}$$

$$= -2{\cdot}00$$

இயல்புப் பரவல் பட்டியலிலிருந்து சுமார் 2·3 சதவிகிதம் பொருட்கள் 65000க்கும் குறைவான இழுபலம் உள்ளவையாயிருக்கும். $\overline{X}' =$ 75000 *psi* எப்படிப் பாதுகாப்பளிக்கிறது எனப் பார்ப்போம். $t = -3{\cdot}00$ என்றிருப்பதால் ·13 சதவிகிதம் பொருட்கள்தான் 65000 *psi*க்கும் குறைவான இழுபலம் உடையதாய் இருக்கும். ஆகையால் $\overline{X}' =$ 72500 *psi* என்பது ஏற்கத்தக்க மையமாயுள்ளது. ஆகையால்

$\overline{X}_1' = 70000$ *psi* நிராகரிக்க வேண்டிய குவியல்.

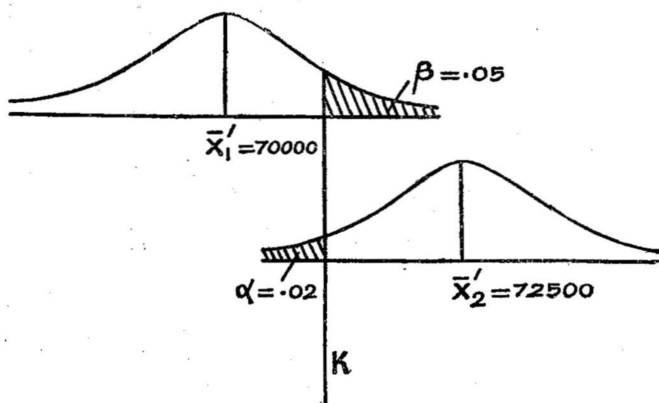
$\overline{X}_2' = 72500$ *psi* ஏற்றுக்கொள்ளத் தக்கது, எனக் கொள்கிறோம். நல்ல குவியலை நிராகரிக்கும் இடர்பாட்டை (Risk) α என்று எடுத்துக்கொள்வோம். அதேபோல் தரமில்லாத குவியலை ஏற்றுக் கொள்ளும் இடர்பாடு β என்று வைத்துக்கொள்வோம். $\alpha = {\cdot}02$, $\beta = {\cdot}05$ என்றிருக்கட்டும்.

$\alpha = {\cdot}02$ நல்ல குவியலை நிராகரிக்கும் இடர்பாடு (Risk)

$\beta = {\cdot}05$ தரமில்லாத குவியலை ஏற்கும் இடர்பாடு

இந்த இரு நிபந்தனைகளுடன் கூடிய திட்டங்கள் ஏராளமான முறையில் வகுக்கலாம். கீழ்க்கண்ட முறையை நாம் பின்பற்றுகிறோம்:

n பொருட்களைக் கூறாக எடுத்து சோதிக்கவும். இவற்றின் கூட்டுச் சராசரி Kக்கு குறையாமல் இருந்தால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்ளவும். Kக்கு குறைவாய் இருந்தால் நிராகரித்து விட வேண்டும். ஆகையால் இந்த முறைப்படி நடக்க n, K என்ற இரு எண்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.



படம் 23.

$\overline{X}$ இயல்பு விதிப்படி நடக்கிறது. அதன் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$, திட்டவிலக்கம் $\sigma'/\sqrt{n} = 2500\sqrt{n}$. மேலே குறிப்பிட்டுள்ள படத்தில் இருப்பது போல் $\overline{X}_1' = 70000\ Psi$ ஆக இருக்கையில் குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு = ·05. இயல்புப் பரவல் பட்டியலிலிருந்து $t = 1{\cdot}645$ என்ற மதிப்பிற்குக் குறைவான பரப்பு ·95 என்றிருப்பது தெரிகிறது.

$$1{\cdot}645 = \frac{K - X,'}{2500/\sqrt{n}}$$

$$1{\cdot}645 = \frac{K\sqrt{n}}{2500} - \left(\frac{70000}{2500}\right)\sqrt{n}$$

$$\frac{2500}{\sqrt{n}}(1{\cdot}645) = K - 70{,}000 \qquad \ldots \quad (1)$$

இதேபோல் $t = -2{\cdot}054$ என்ற மதிப்பிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பு ·02 என்றிருக்கிறது. ஆகையால்

$$t = -\ 2{\cdot}054 = \frac{K - 72500}{2500/\sqrt{n}}$$

$$\frac{2500}{\sqrt{n}}(-2{\cdot}054) = K - 72500 \qquad \ldots \quad (2)$$

(1)—(2) கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டைக் கொடுக்கிறது

$$\frac{2500}{\sqrt{n}}(1{\cdot}645+2{\cdot}054) = 2500$$

$$\sqrt{n} = 3{\cdot}699 \qquad n = 13{\cdot}68$$

n முழு எண்ணாகத்தான் இருக்க முடியும். ஆகையால் $n = 14$ என்று எடுத்துக்கொள்கிறோம். இந்த nஇன் மதிப்பை (2)இல் பயன் படுத்தி Kஐக் கண்டுபிடிக்கிறோம்.

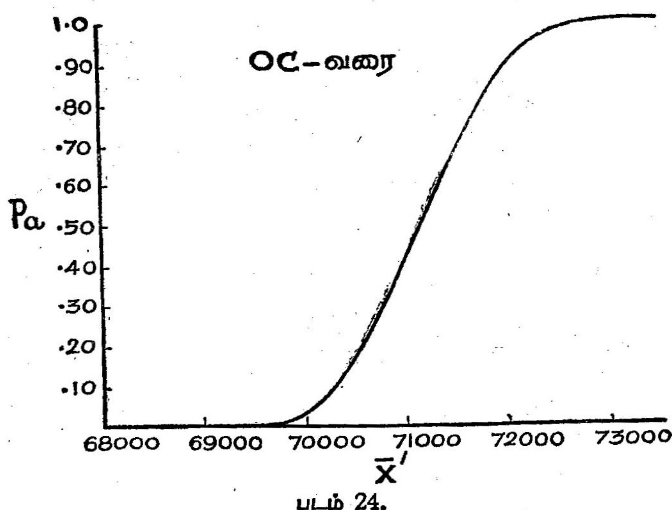
$$-2{\cdot}054 = \frac{K-72500}{2500/\sqrt{14}}$$

$$(\text{அ. து}) \; -2{\cdot}054 = \frac{K-72500}{668{\cdot}2}$$

$$(\text{அ. து}) \; -1372 = K-72500$$

$$K = 71128$$

ஆகையால் கூறுத் திட்டம் பின்வருமாறு: குவியலிலிருந்து ராண்டம் முறையில் 14 பொருட்களை எடுத்து அதன் சராசரி இழு



படம் 24.

பலத்தை கணக்கிடவும். 71128க்குக் குறையாமல் இருந்தால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டும். குறைந்து இருந்தால் குவியலை நிரா கரித்து விடவேண்டும். பலதரப்பட்ட சராசரி இழுபலமுள்ள குயவில்கள் ஏற்கப்படும்போது அவைகளை இத் திட்டம் எவ்வாறு

ஏற்கிறது என்று கணக்கிட்டு வரை வரைந்தால் OC வரை கிடைக்கிறது.

$\geqslant$ 71128 ஏற்றுக்கொள் $\sigma \overline{X}' = 250/\sqrt{n} = 668{\cdot}2$

$\overline{X}'$ (1)	$71128-\overline{X}'$ (2)	$t=$ (2)/668·2 (3)	tக்கு கீழே உள்ள பரப்பு (4)	$P_a=$ 1−(4) (5)	$t = \dfrac{65000-\overline{X}'}{2500}$ (6)	tக்கு கீழே உள்ள பரப்பு (7)
68000	3128	4·681	1·0000	·0000	−1·20	·1151
68500	2628	3·933	1·0000	·0000	−1·40	·0808
69000	2128	3·185	·9993	·0007	−1·60	·0548
69500	1628	2·436	·9926	·0074	−1·80	·0359
70000	1128	1·688	·9543	·0457	−2·00	·0227
70500	628	·940	·8264	·1736	−2·20	·0139
71000	128	·192	·5762	·4238	−2·40	·0082
71500	−372	−·557	·2888	·7112	−2·60	·0047
72000	−872	−1·305	·0960	·9041	−2·80	·0026
72500	−1372	−2·053	·0200	·9800	−3·00	·0013
73000	−1872	−2·802	·0026	·9874	−3·20	·0007
73500	−2372	−3·550	·0002	·9998	−3·40	·0003

(7)வது பத்தியில் குறையுள்ள பொருட்களின் விகிதம் கொடுக்கப் படுள்ளது.

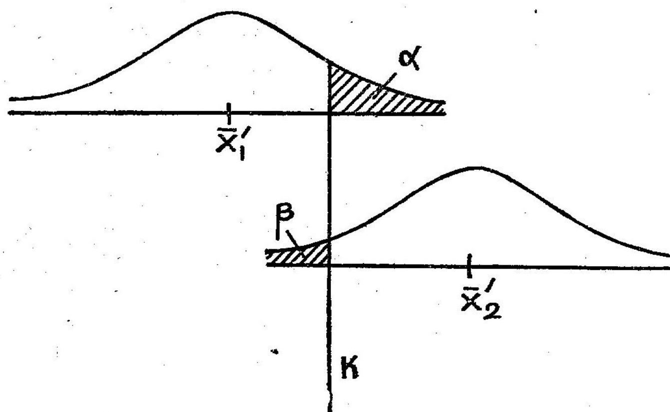
மேற்குறியளவிற்குப் பாதுகாப்பு அளிக்கும் திட்டம் (Protection against a Maximum Specification)

சென்ற பிரிவில் கீழ்க் குறியளவிற்குப் பாதுகாப்புத் தரும் முறையைப் பார்த்தோம். இதிலும் அதே முறை பின்பற்றப்படுகிறது. இதிலும் $\overline{X}_1' < \overline{X}_2'$. ஆனால் $\overline{X}_2'$ கூட்டுச் சராசரியாக உள்ள குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது. $\overline{X}_1'$ சராசரியாக உள்ள குவியல் ஏற்கப்படுகிறது. நல்ல தரமான குவியலை நிராகரிக்கும் இடர்பாடு (Risk) (அதாவது $\overline{X}_1'$ சராசரியாக உள்ள குவியலை நிராகரிப்பது) α எனக் கொள்கிறோம். தரமில்லாத குவியலை ஏற்கும் (அதாவது $\overline{X}_2'$ சராசரியாக உள்ள குவியலை ஏற்கும்) இடர்பாடு β எனக் கொள்கிறோம். குவியலிலிருந்து n பொருட்களை ராண்டம் முறையில் கூறாக எடுத்து அவைகளின் சராசரி கண்டுபிடிக்கப்படுகிறது. அந்தச் சராசரி $\overline{X}$ K என்ற நிலை யெண்ணிற்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ

இருந்தால் குவியல் ஏற்கப்படும். Kக்கு அதிகமாக இருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும். சென்ற பிரிவில் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது போலவே n, K ஆகிய எண்கள் கண்டுபிடிக்கப்படுகின்றன.

$$\text{இதில் } t \text{ (க்குக் கீழே உள்ள பரப்பு} = 1-\alpha) = \frac{K-\overline{X}_1'}{\sigma'/\sqrt{n}} \quad (1)$$

$$t \text{ (க்குக் கீழே உள்ள பரப்பு} = \beta) = \frac{K-\overline{X}_2'}{\sigma'/\sqrt{n}} \quad (2)$$



படம் 25.

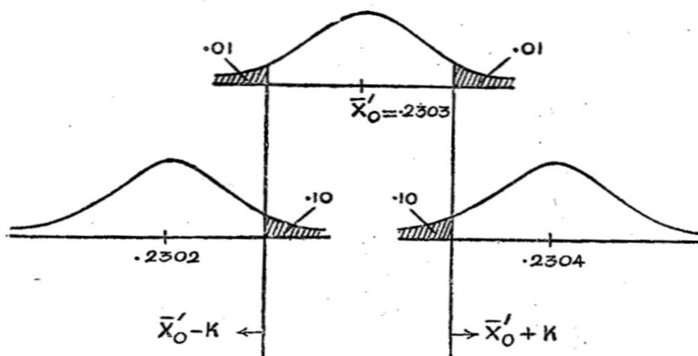
இந்த இரு சமன்பாடுகளும் தீர்க்கப்பட்டு n, K ஆகிய எண்கள் கண்டுபிடிக்கப்படுகின்றன.

இரு குறியளவுகளுக்கும் பாதுகாப்பு (Two-way Protection)

குவியலிலிருந்து n பொருட்களை எடுத்து அள. அதன் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}$, $(\overline{X}_\circ' - K, \overline{X}_\circ' + K)$ என்ற இடை வெளிக்குட்பட்ட அளவாக இருந்தால் குவியலை ஏற்றுக் கொள். இந்த இடைவெளிக்கு அப்பால் விழுந்தால் குவியலை நிராகரித்து விடு. இந்த முறை தான் இரு பக்கப் பாதுகாப்பிற்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. சென்ற பிரிவுகளைப் போலவே குறிப்பிட்ட இடர்பாடுகளுக்குட்பட்டுக் கூறின் உருவ அளவு n ஐயும் நிலையெண் K ஐயும் கண்டு பிடிக்கவேண்டும்.

ஓர் உதாரணத்துடன் பார்ப்போம். ஒரு பட்டறை ஒரு பொருளின் ஒரு பாகமாக வட்டமான ஒரு பொருளை உருவாக்குகிறது என்று கொள்வோம். அதன் விட்டத்தின் குறியளவுகள் ·2303″ ± ·0003″ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. நெடுநாளாக இதே போன்று உற்பத்தி செய்த

திலிருந்து திட்ட விலக்கம் $\sigma' = \cdot 000088''$ என்று தெரியும். உற்பத்தியின் மையத் திறன் ·2303″ என்ற அளவிலேயே இருந்தால் உற்பத்தியாகும் பொருள்கள் குறியளவிற்குட்பட்டே இருக்கும். ($\overline{X}' \pm 3\sigma'$ குறியளவிற்குட்பட்டு இருக்கிறது.) $\overline{X}'$ இன் மதிப்பில் சிறு மாற்றம் நிகழ்ந்து அது ·2304 என்று ஆனால் சில பொருட்கள் மேற் குறியளவிற்கும் அதிகமாக இருக்கும். [$t = \dfrac{\cdot 2306 - \cdot 2304}{\cdot 000088} = 2\cdot 273$. இயல்புப் பரவல் விதியிலிருந்து $t = 2\cdot 273$ க்கு அதிகமாக 1·15 சதவிகிதம் பொருள்கள் இருக்குமெனத் தெரிகிறது.] இந்த நிலை விரும்பப்படாததால் பட்டறையின் கருவிகள் பழைய நிலைக்கு ஒழுங்கு படுத்தப்படுகின்றன. உற்பத்தியின் சராசரி ·2303″ என்று இருக்கையில் குவியலை நிராகரிப்பதற்கான இடர்பாடு (α) ·02 எனக் கொள்வோம். உற்பத்தியின் மையத் திறன் ·2302″ அல்லது ·2304″ என்றிருந்தால் குவியலை ஏற்பதற்கான இடர்பாடு ·10 எனக் கொள்வோம். ($\beta/2 = \cdot 10$)



படம் 26.

$$t(\text{க்குக் கீழே உள்ள பரப்பு} = \cdot 99) = \frac{\cdot 2303 + K - \cdot 2303}{\sigma'/\sqrt{n}}$$

(அ - து.) $$2\cdot 327 = \frac{K\sqrt{n}}{\cdot 000088} \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$t(\text{க்குக் கீழே உள்ள பரப்பு} = \cdot 90) = \frac{\cdot 2303 - K - \cdot 2302}{\sigma'/\sqrt{n}}$$

(அ - து.) $$1\cdot 282 = \frac{(\cdot 0001 - K)\sqrt{n}}{\cdot 000088} \qquad \ldots\ldots(2)$$

$$(1)+(2) \quad 2\cdot 327 + 1\cdot 282 = \frac{\cdot 0001\sqrt{n}}{\cdot 000088}$$

$$n = 10\cdot 09.$$

n ஐ முழு எண் 11 ஆக எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். இப்போது α ஐ மாற்றாமல் வைத்துக்கொண்டு β ஐ மாற்றலாம். அல்லது β ஐ மாற்றாமல் வைத்துக்கொண்டு α ஐ மாற்றலாம், α ஐ மாற்றாமல் K ஐக் கண்டுபிடிப்போம்.

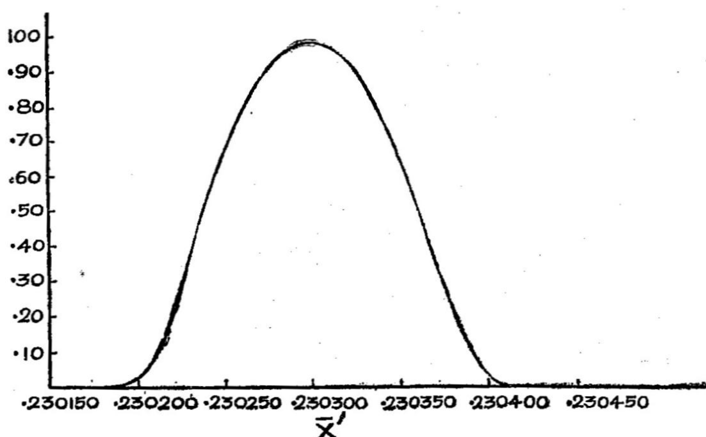
ஆகையால், $n = 11$ என்ற மதிப்பை முதற் சமன்பாட்டில் பயன் படுத்தி $K = \cdot 000062$ என்று கிடைக்கிறது. $n = 11$, $K = \cdot 000062$ ஆகிய மதிப்புகளுக்கு β வின் மதிப்பைக் காண்போம்.

$$t = \frac{\cdot 230362 - \cdot 2304}{\cdot 000088/\sqrt{11}} = -1\cdot 432.$$

$$\therefore \quad \beta/2 = \cdot 076.$$

OC வரை வரைதல் : 85ஆம் பக்கத்தில் உள்ள பட்டியலின்படி P_a கணக்கிடப்படுகிறது. $\overline{X}$($\cdot$230238", $\cdot$230362") என்ற இடைவெளியில் இருந்தால் ஏற்றுக்கொள்.

$\overline{X}' = \cdot 230325, \cdot 230350, \ldots\ldots$ என்பன போன்றவற்றிற்கு P_a முறையே $\cdot$9178, $\cdot$6743,...... என்றிருக்கும் (பரவல் ஒரே சமச்சீராய் இருப்பதால்).



படம் 27.

திட்ட விலக்கத்திற்கான திட்டம் : திட்ட விலக்கம் அதிகம் இல்லாத அதாவது குவியலின் பொருட்களின் அளவுகளில் அதிக வித்தியாசம் இல்லாதபடி குவியலைத் தேர்ந்தெடுப்பது. உதாரணமாக தோட்டாவின் விசையின் திட்ட விலக்கம் 60 அடி/செகண்ட் என்றிருந்

$\overline{X}'$ (1)	$\cdot 230238 - \overline{X}'$ (2)	$\frac{(2)}{\sigma_{\overline{X}'}} = t$ (3)	$\cdot 230362 - \overline{X}'$ (4)	$\frac{(4)}{\sigma_{\overline{X}'}} = t$ (5)	(3)க்கு கீழே உள்ள பரப்பு (6)	(5)க்கு மேல் உள்ள பரப்பு (7)	நிராகரிப்பிற்கான நிகழ்த்தகவு (8)	$P_a = 1-(8)$ (9)
·230150	·0000088	3·317	·000212		·9995		·9995	·0005
·230175	·0000063	2·374	·000187		·9912		·9912	·0088
·230200	·0000038	1·1432	·000162		·9239		·9239	·0761
·230225	·0000013	0·490	·000137		·6879		·6879	·3121
·230250	−·0000012	−0·452	·000112		·3257		·3257	·6743
·230275	−·0000037	−1·394	·000087	3·279	·0817	·0005	·0822	·9178
·230300	−·0000062	−2·337	·000062	2·337	·0097	·0097	·0097	·9803

தால் நல்லது. திட்ட விலக்கம் 120 அடி/செகண்ட் என்றிருந்தால் ஏற்கத் தகாதது. நல்ல குவியலை நிராகரிப்பதற்கான நிகழ்தகவு ·05 என்றும் தரமில்லாத குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு ·05 என்றும் கொள்வோம்.

$\sigma_1' = 60$ அடி/செகண்ட் $\quad\quad \sigma_2' = 120$ அடி/செகண்ட்

கூறு முறைத் திட்டம்: குவியலிலிருந்து ராண்டம் முறையில் n பொருட்களை எடு. அதற்கான σ^2 ஐ கணக்கிடு. அதன் மதிப்பு K ஐவிட அதிகமாய் இருந்தால் குவியலை நிராகரித்து விடு. சமமாகவோ குறைவாகவோ இருந்தால் குவியலை ஏற்றுக்கொள்.

இந்தத் திட்டத்தில் n, K ஆகிய இரு நிலை யெண்களைக் கண்டு பிடிக்க வேண்டும். பின்னால் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பட்டியல் D பயன் படுத்தப்படுகிறது. முதலில் $\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'}$ ஐக் கண்டுபிடி. $\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'} = 2·00$. பட்டிய லின் மூன்ருவது கலத்தில் (column) 2·00 அல்லது அதற்கு அடுத்துக் குறைந்த எண்ணிற்கு நேராக முதல் கலத்தில் உள்ள எண் தான் கூறின் உருவ அளவு n. நாம் எடுத்துக் கொண்ட கணக்கில் 3-வது கலத்தில் இரண்டிற்குக் குறைவாக 1·95 என்றுள்ளது. அதற்கு நேராக முதல் கலத்தில் 14 என்ற எண் உள்ளது. ஆகையால் n இனது மதிப்பு 14. அதே வரிசையில் 7-வது கலத்தில் உள்ள எண் 1·60 என்ப தால் σ_1^2 ஐப் பெருக்கினுல் K கிடைக்கும்.

$$K = 1·60 \times (60 \text{ அடி/செகண்ட்})^2$$
$$= 5760 \text{ அடி/செகண்ட்}$$

குவியலின் திட்ட விலக்கம் 60 அடி/செகண்ட் என்ருல் அதன் σ^2 5760 அடி/செகண்ட் என்ற மதிப்பை விட குறைவாக இருக்கும்.

அடிப்படை: உருவ அளவு n ஆக உள்ள ஒரு கூறின் மாறுபாடு (Variance) σ^2 என்று இருக்கட்டும். முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு σ'^2 என்றிருக்கட்டும்.

$\frac{n\sigma^2}{\sigma'^2}$ கை வர்க்கப்படி நடக்கிறது. இதன் சமன்பாட்டுப்படி (degrees of freedom) $n-1$ என்றிருக்கும்.

$$P\,[\sigma^2 > K / \sigma' = \sigma_1'] = ·05$$

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் σ_1' என்றிருக்கும் போது (குறைவான, விரும்பத்தக்க திட்டவிலக்கம்) கூறின் மாறுபாடு Kஐ விட அதிகமாயிருக்க நிகழ்தகவு ·05 ஆகும். இதே போன்று

$$P\,[\sigma^{-2} > K / \sigma' = \sigma_2'] = \cdot 95$$

அதாவது $P\left[\dfrac{n\sigma^{-2}}{\sigma_1'^2} > \dfrac{nK}{\sigma_1'^2} \Big/ \sigma' = \sigma_1'\right] = \cdot 05$

$$P\left[\frac{n\sigma^{-2}}{\sigma_1^2} > \frac{nK}{\sigma_2'^2} \Big/ \sigma' = \sigma_2'\right] = \cdot 95$$

அதாவது $P\left[x^2 > \dfrac{nK}{\sigma_1'^2} \Big/ \sigma' = \sigma_1'\right] = \cdot 05$ ......(1)

$$P\left[x^2 > \frac{nK}{\sigma_2'^2} \Big/ \sigma' = \sigma_2'\right] = \cdot 95 \quad ......(2)$$

x^2க்கு சமன்பாட்டு அளவை $n-1=N$.

$\dfrac{nK}{\sigma_1'^2} =$ ($P=\cdot 05$ என்பதற்குள்ள x^2 மதிப்பு)

$= x^2_{\cdot 05,\, N}$.

$\dfrac{nK}{\sigma_2'^2} =$ ($P=\cdot 95$ என்பதற்குள்ள x^2 மதிப்பு)

$= x^2_{\cdot 95,\, N}$.

$\dfrac{\sigma_2'^2}{\sigma_1'^2} = \dfrac{x^2_{\cdot 05,\, N}}{x^2_{\cdot 95,\, N}}$, அதாவது $\dfrac{\sigma_2'}{\sigma_1'} = \dfrac{x_{\cdot 05,\, N}}{x_{\cdot 95,\, N}}$

இதன் மதிப்பு பட்டியலில் 3வது கலத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. σ_2'/σ_1' என்ற மதிப்பிற்குச் சரிசமமான எண் மூன்ருவது கலத்தில் இல்லையென்ருல் அதற்குச் சற்றுக் குறைந்த எண்ணிற்கு நேராக உள்ள கூறின் உருவ அளவை எவ்வளவு என்று பார்க்க வேண்டும். இதுதான் நமக்குத் தேவையான n. இரண்டாவது நிலையெண் K தெரிவதற்குச் சமன்பாடு (1) அல்லது (2)ஐப் பயன்படுத்தலாம். (1)ஐப் பயன்படுத்தி ஞல் α மாருமல் இருக்கும். (2)ஐப் பயன்படுத்திஞல் β மாருமல் இருக்கும், α சற்று மாறும்.

$$\frac{nK}{\sigma_1'^2} = x^2_{P=\alpha,\, N} \quad ......(3)$$

$$\frac{nK}{\sigma_2'^2} = x^2_{P=1-\beta,\, N} \quad ......(4)$$

கொடுக்கப்பட்ட பட்டியலில் αஐ மாற்ருமல் வைத்துக் கணக்கிடப் பட்டுள்ளது. கலங்கள் 6இலிருந்து 9 வரை

$$\frac{x^2_{P=\alpha,\ N}}{n} \text{ (for } \alpha = \cdot 10,\ \cdot 05,\ \cdot 02,\ \cdot 01)$$

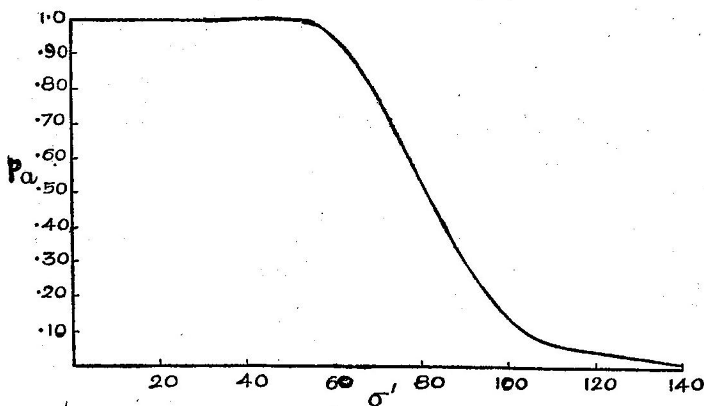
என்ற மதிப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த எண்ணை $\sigma_1'^2$ ஆல் பெருக்கினால் [சமன்பாடு (3)] C இன் மதிப்பு தெரியும்.

$$K = \frac{x^2_{P=\alpha,\ N}}{n} \times \sigma_1'^2$$

OC **வரை:** இது வரைவதற்குப் பலதரப்பட்ட திட்ட விலக்கமுள்ள குவியல்களை இத் திட்டம் ஏற்கும் நிகழ்தகவு கணக்கிடப்பட வேண்டும். அதாவது $P\,[\sigma^{-2} \leqslant K$ திட்ட விலக்கம் σ' என்றிருந்தால்] என்னவென்று கணக்கிடுதல் வேண்டும்.

$$P_a = P\left[\frac{n\sigma^{-2}}{\sigma'^2} \leqslant \frac{nK}{\sigma'^2}\right] = 1 - P\left[\frac{n\sigma^{-2}}{\sigma'^2} > \frac{nK}{\sigma'^2}\right]$$

$$= 1 - P\left[x^2 > \frac{nK}{\sigma'^2}\right]$$



படம் 28.

n, K ஆகிய இருநிலை யெண்களும் தெரியுமாதலால் σ'க்கு பல தரப்பட்ட மதிப்புகள் கொடுத்துக் கை வர்க்கப் பட்டியலைப் பயன்படுத்தி இந்த நிகழ்தகவைக் கணக்கிடலாம். பட்டியலில் நமக்குத் தேவையான நிகழ் தகவைக் கணக்கிட இடைச்செருகல் பயன்படுத்த வேண்டிவரும். கணக் கிடும் வேலையைக் குறைத்துக்கொள்ளப் பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்ட நிகழ் தகவு மதிப்புகளையே எடுத்துக்கொண்டால் ($P = \cdot 98, \cdot 95, \ldots\ldots$) அதற்குரிய σ' இன் மதிப்பைக் கண்டுகொள்ளலாம்.

அதாவது $X^2_{P,N} = \frac{nK}{\sigma'^2}$

$$\therefore \sigma' = \sqrt{\frac{nK}{X^2_{P,N}}}$$

OC வரைக்கான பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

P_a (1)	P (2)	$X^2 P_1 N$ $N=13$ (3)	$\frac{nK}{X^2 P,N}$ (4)	$\sigma' = \sqrt{(4)}$ (5)
1·00	·00	—	0	0
·98	·02	25·472	3166	56·3
·95	·05	22·362	3606	60·0
·90	·10	19·812	4070	63·8
·70	·30	15·119	5334	73·0
·50	·50	12·340	6535	80·8
·30	·80	9·926	8124	90·1
·10	·90	7·042	11451	107·0
·05	·95	5·892	13686	117·0
·02	·98	4·765	16923	130·1
·01	·99	4·107	19635	140·1
·00	1·00	0·000	∞	∞

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் தெரியாத நிலை : σ' இன் மதிப்பு இன்னவென்று தெரியாதபோது குவியல்களை ஏற்கும் திட்டம். உற்பத்தியாகும் பொருளுக்கு மேற்குறியளவு U என்றிருப்ப தாயும், Uக்கு குறைவாயுள்ள எல்லாப் பொருள்களும் ஏற்கத்தக்கவை எனவும் கொள்வோம். வாலிஸ் (Wallis W. A.) என்பவர் இதற்கான திட்டம் தந்துள்ளார். அதில் சிறிதளவு மாறுதல் செய்து பர் (Burr) என்பவர் கொடுத்துள்ளார். U என்ற அளவிற்கு மேற்பட்ட பொருள் களின் குறைப் பின்னம் p_1' அல்லது குறைவாயிருந்தால் குவியல் ஏற்கப்படும். குறைப் பின்னம் p_2' அல்லது மேற்பட்டு இருக்கும் குவியல்கள் நிராகரிக்கப்படும். ஆகையால் p_1' என்பது ஏற்கத்தக்க குறைப் பின்னமாயும் p_2' என்பது நிராகரிக்கத்தக்க குறைப் பின்ன மாயும் உள்ளது.

$Z = \overline{X} + k\sigma$ என்ற கூறின் அளவை கணக்கிடப்படுகிறது. $\overline{X}_1 \sigma$ என்பன எடுக்கப்பட்ட ராண்டம் மாதிரியின் கூட்டுச் சராசரி, திட்ட விலக்கமாகும்.

$Z \leqslant U$ என்றிருந்தால் குவியல் ஏற்கப்படுகிறது. $Z > U$ என்றிருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது. இந்தத் திட்டத்தின்படி செயல்படக் கூறின் உருவ அளவை n, நிலையெண் k ஆகிய இரு எண்கள் கண்டு பிடிக்கப்பட வேண்டும்.

$P[p = p_1'$ என்றிருக்கையில் ஏற்க$] = 1 - \alpha$ ......(1)

$P[p = p_2'$,, ,, $] = \beta$ ......(2)

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு q என்பதற்கு K_q பின்கண்டவாறு நிர்ணயிக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம்.

$$\int_{K_q}^{\alpha} \varphi(t)\, dt = q.$$ இங்கே $\varphi(t)$ இயல்நிலைப் பரவலின் சார்பலனாகும். (திட்ட விலக்கம் 1, கூட்டுச் சராசரி 0)

K_q என்ற நிலையெண்ணிற்கு மேலே உள்ள பரப்பளவு q என்றிருக்கும். நமது கணக்கில் q α, β, p_1', p_2' என்ற மதிப்புகளைப் பெறுகிறது.

$$k = \frac{K_\alpha K_{p2}' + K_\beta K p_1'}{K_\alpha + K_\beta} \qquad \text{......(3)}$$

$$n = \frac{k^2+2}{2}\left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{K_1' - Kp_2'}\right)^2 \qquad \text{......(4)}$$

என்றிருக்கும். இரண்டாவது சமன்பாட்டில் n முழு எண்ணாக இல்லையென்றால் முழு எண்ணாக எடுத்துக்கொள்ளப்படும்.

மேற்குறியளவிற்கு மேல் உள்ள குறைப் பின்னம் ·03 ஏற்றுக் கொள்ளத் தக்கது என்றும் ·10 நிராகரிக்கத்தக்கது என்றும் எடுத்துக் கொண்டு k, n ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிப்போம்.

$p_1' = \cdot 03 \qquad \alpha = \cdot 05$

$p_2' = \cdot 10 \qquad \beta = \cdot 10$

இயல்நிலைப் பரவலின் பட்டியலிலிருந்து

$K_{p1}' = 1{\cdot}881 \qquad K_\alpha = 1{\cdot}645$

$K_{p2}' = 1{\cdot}282 \qquad K_\beta = 1{\cdot}282$ என்ற மதிப்புகள் கிடைக்கின்றன.

$$K = \frac{K_\alpha K_{p2}' + K_\beta K_{p1}'}{K_\alpha + K_\beta}$$

$$= \frac{1{\cdot}645 \times 1{\cdot}282 + 1{\cdot}282 \times 1{\cdot}881}{1{\cdot}645 + 1{\cdot}282}$$

$$= 1{\cdot}544$$

$$n = \frac{(1{\cdot}544)^2+2}{2} \quad \left(\frac{1{\cdot}645+1{\cdot}282}{1{\cdot}881-1{\cdot}282}\right)^2$$

$$= 52{\cdot}3 \text{ அல்லது } 52$$

கூறுத்திட்டம் பின்வருமாறு : குவியலிலிருந்து ராண்டம் முறையில் 52 பொருட்களை எடுத்து அவற்றிற்கு $\overline{X}$, σ ஆகியவற்றைக் கணக்கிட வேண்டும். $\overline{X}+1{\cdot}544\sigma$ மேற்குறியளவைவிட அதிகமிருந் தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும் ; இல்லை யென்றால் குவியல் ஏற்கப்படும்.

இதே அளவு பாதுகாப்புத் தரும் முறை பண்பளவைப்படி $n=109$ $C = 9$ என்றிருக்கும். இந்த முறையில் தேவைப்படும் மாதிரியின் உருவ அளவைக் காட்டிலும் இரு மடங்காக உள்ளது. இதேபோல் σ' தெரிந்த நிலையில் மேற்குறியளவு கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் இதே பாது காப்புத் தருவதற்கான கூறின் உருவ அளவு 24 என்றிருக்கும். அதாவது இந்த முறையில் தேவைப்படும் பொருள்களில் பாதிதான் தேவைப்படுகிறது.

அடிப்படை : $\overline{X}$ என்பது $\overline{X}'$ கூட்டுச் சராசரியாகவும், $\frac{\sigma'}{\sqrt{n}}$ ஐத் திட்ட விலக்கமாகவும் கொண்ட இயல்நிலைப் பரவலின்படி நடக்கிறது. ($\overline{X}'$, σ' முழுமைத் தொகுதியின் சுட்டுறுப்புகள்). மாதிரியின் திட்ட விலக்கம் σ வின் கூட்டுச் சராசரி $C_2\,\sigma'$ என்றிருக்கும். n பெரிதாகை யால் $C_2\,\sigma'$ இன் மதிப்பு σ' இன் மதிப்பை நெருங்கும். σ வின் திட்ட விலக்கம் தோராயமாக $\sigma'/\sqrt{2n}$ என்றிருக்கும். n பெரிதாகையால் σ வின் கூறுப் பண்புப் பரவலும் இயல்நிலைப் பரவலை அடுத்திருக்கும். $\overline{X}$, σ ஆகிய இரண்டும் சார்பற்றவை. ஆகையால் $Z = \overline{X} + k\sigma$ தோராயமாக இயல்நிலைப் பரவலின்படி நடக்கும். அதன் கூட்டுச் சராசரி $\overline{Z}' = \overline{X}' + k\sigma'$ திட்ட விலக்கம் $\sigma' \sqrt{\frac{1}{n} + k^2/2n}$ என்று மிருக்கும். முழுமைத் தொகுதியின் மையம் $\overline{X}_1'$ என்றிருக்கையில் p_1' தான் குறைப் பின்னமாயிருக்கும். அதாவது U விற்கு மேற்பட்ட அளவுகளின் விகிதம் p_1'. ஆகையால் $\overline{X}_1' = U - K_{P1}'\sigma'$. இதே போன்று $\overline{X}'_2 = U - K_{P2}'\ \sigma'$ முழுமைத். தொகுதியின் கூட்டுச் சராசரி $\overline{X}'$ என்று இருந்தால் $Z = \overline{X} + k\sigma$ வினது கூட்டுச் சராசரி

$$\overline{Z}_1' = \overline{X}_1' + k\sigma' \text{ என்றிருக்கும்.}$$

$$\text{அதாவது} \quad \overline{Z}_1' = U - K_{P1}'\,\sigma' + k\sigma'$$

$$\sigma_z' = \sigma'\sqrt{\frac{1}{n} + k^2/2n}$$

$\overline{X}' = \overline{X}_1'$ என்றிருக்கையில் நிராகரிப்பு நிகழ்தகவு α என்றிருக்க வேண்டும். அப்படியென்றால் U விற்கு மேற்பட்ட Z இன் விகிதம் α என்றிருக்கும். ஆகையால் U, $\overline{Z}_1$ ஐ விட $K_\alpha \sigma_z'$ மடங்கு அதிகமாயிருக்க வேண்டும்.

$$\therefore \quad U = \overline{Z}_1' + K_\alpha \sigma_z'$$

$$= U - K_{P1}' \sigma' + k\sigma' + K_\alpha \sigma' \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}$$

$$(\text{அ-து}) \quad K_{P1}' - k = K_\alpha \sqrt{\frac{2+k^2}{2n}} \qquad \ldots\ldots(1)$$

இதே போன்று $\overline{X}' = \overline{X}_2$ என்றிருக்கையில் குவியலை ஏற்பதற்கான நிகழ்தகவு β என்றிருக்க வேண்டும். ஆகையால்

$$U = \overline{Z}_2' - K_\beta \sigma_2'$$

$$= U - K_{P2}' \sigma' + K\sigma' - K_\beta \sigma_2'$$

$$= U - K_{P3}' \sigma' + K\sigma' - K_\beta \sigma' \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2n}}$$

$$\text{அதாவது,} \quad K_{P2}' - k = -K_\beta \sqrt{\frac{2+k^2}{2n}} \qquad \ldots\ldots(2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{K_{P'2}' - k}{K_{P2}' - k} = -\frac{K_\alpha}{K_\beta}$$

$$(K_{p1}' - k)\, K_\beta = -K_\alpha (Kp_2' - k)$$

$$K_{p1}' K_\beta + K_\alpha K_{p2}' = k\,(K_\alpha + k_\beta)$$

$$\therefore\ k = \frac{K_\alpha K_{p2}' + K_\beta K_{p1}'}{(K_\alpha + K_\beta}$$

(1) இலிருந்து (2) ஐக் கழித்தால்

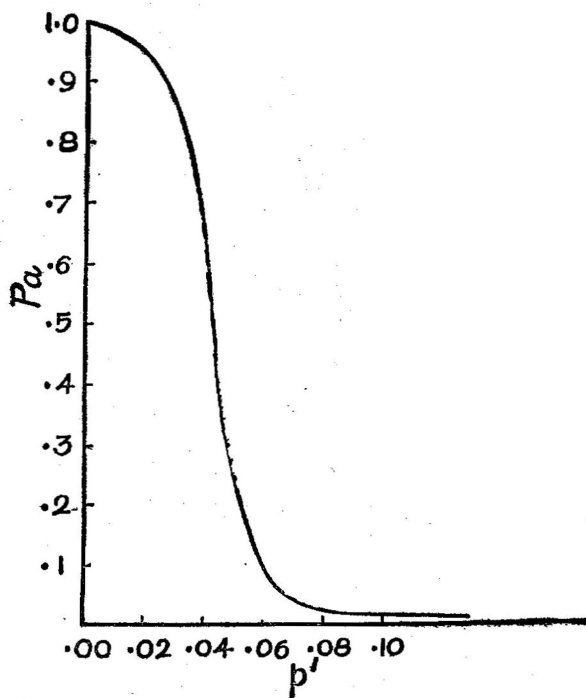
$$K_{p1}' - K_{p2}' = (K_\alpha + K_\beta) \sqrt{\frac{2+k^2}{2n}}$$

$$\therefore\ n = \left(\frac{2+k^2}{2n}\right) \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{K_{p1}' - K_{p2}'}\right)^2$$

இந்தத் திட்டத்திற்கான OC வரை வரைவதற்கு கீழ்க்கண்ட 5 புள்ளிகள் பயன்படுத்தப்படும்.

p'	P_a
o	1
p_1'	$1-\alpha$

*$P[t>k]$	·5
p_2'	β
1	0



படம் 29.

கணக்கு : $p_1' = \cdot 03$, $\alpha = \cdot 05$, $p_2' = \cdot 10$, $\beta = \cdot 10$ என்ற திட்டத்திற்கான OC வரை வரைக.

திட்டத்திற்கான $k = 1 \cdot 544$ (முன்பே கண்டுபிடிக்கப்பட்டுள்ளது)

OC வரைக்கான புள்ளிகள்

p'	P_a
0·03	1·00
0·00	0·95

* $P[t>k]$, அதாவது இயல்நிலைப் பரவல் t kஐவிட அதிகமாயிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

**	0·06	0·50
	0·10	0·10
	1·00	0·00

கீழ்க் குறியளவு L இற்குப் பாதுகாப்பு அளிக்க இதே முறை பயன் படுத்தப்படுகிறது. அந்த முறையில் n, k ஆகியவற்றின் மதிப்பு இதில் இருப்பதைப் போன்றே இருக்கும்.

$$n = \frac{2+k^2}{2} \left(\frac{K_\alpha + K_\beta}{K_{p1}' - K_{p2}'}\right)^2$$

$$k = \frac{K_\alpha K_p' + K_\beta K_{p1}'}{K_\alpha + K_\beta}$$

குவியலிலிருந்து n பொருட்கள் கூறுக எடுக்கப்பட்டு $\overline{X}$, σ ஆகியவை கணக்கிடப்படுகின்றன. $Z = \overline{X} - k\sigma$ என்ற கூறின் அளவை கணக்கிடப்படுகிறது. $Z \geqslant L$ என்றிருந்தால் குவியல் ஏற்கப்படுகிறது; இல்லையேல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

** $P\ [t > 1{\cdot}544$ இயல் நிலைப் பரவலின் பட்டியலிலிருந்து கண்டு பிடிக்கப்பட்டது.

8. படிப்படியான கூறு முறை
(Sequential Sampling Plan)

இரண்டாம் உலக யுத்தத்தின்போது ஆப்ரகாம் வால்ட் (Abraham Wald) என்பவர் கொலம்பியாப் பல்கலைக் கழகப் புள்ளியியல் ஆராய்ச்சித் தொகுதியில் (Statistical Research Group) வேலை செய்து கொண்டிருந்தபோது இதற்கான நிகழ்தரம் கொள்கைகளைக் கண்டு பிடித்தார். ஓர் எடுகோள் (Hypothesis) H_o (இங்கு பொதுவாக AQL) இன்னோர் எடுகோள் H_1 (வழக்கமாக $LTPD$) உடன் ஒப்பிடப் படுகிறது. அதற்கான இடர்பாடுகள் α, β எனக் கொள்ளப்படுகிறது. H_o உண்மையா யிருக்கும் கூறின் வாய்ப்பு நிலை (likelihood) கணக்கிடப் படுகிறது. வாய்ப்பு நிலை என்பது H_o உண்மையாயிருந்தால் $x_1, x_2, \ldots x_n$ என்ற கூறு அளவுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு அதாவது $P(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n/H_o) = P_o$. இதே போல் வாய்ப்பு நிலை $P_1 = P(x_1, x_2, \ldots \ldots, x_n/H_1)$. இந்த இரண்டின் விகிதம் $\frac{P_1}{P_o}$, படிப்படியான வாய்ப்பு நிலை விகிதம் (Sequential Likelihood Ratio) எனப்படுகிறது. P_1, P_oஐ விட அதிகமாயிருந்தால் எடுகோள் H_1 உண்மை என்பது தெளிவாகிறது. ஆகையால் $\frac{P_1}{P_o}$ பெரிதாக இருந்தால் எடுகோள் H_1 உண்மையாயிருக்கும் வாய்ப்பு கூடுகிறது. சரியாக எவ்வளவு பெரியதா யிருந்தால் H_1 உண்மையாயிருக்கும் என்பதற்கு வழி முறைகள் கண்டு பிடித்துள்ளார்கள். $\frac{P_1}{P_o} \geqslant A$ (>1) என்றால் H_1 உண்மையானது எனத் தீர்மானிக்கிறோம். தோராயமாக Aயின் மதிப்பு $\frac{1-\beta}{\alpha}$. இதே போல் $\frac{P_1}{P_o} \leqslant B(<1)$ என்றிருந்தால் H_o உண்மையெனத் தீர்மானிக்கிறோம். Bயின் தோராய மதிப்பு $\beta/1-\alpha$. α, β எப்போதும் $\cdot 10$க்குக் குறைவாய் இருக்குமாதலால் A ஒன்றைவிட அதிகமாயும் B ஒன்றைவிடக் குறை

வாயும் இருக்கும். $\frac{P_1}{P_o}$ A க்கும் B க்கும் இடைப்பட்டதாய் இருந்தால் சோதனை நீடிக்கப்படுகிறது. அடுத்த பொருள் ராண்டம் முறையில் எடுக்கப்பட்டு புதிய $\frac{P_1}{P_o}$ கணக்கிடப்படுகிறது. ஆகையால் படிப்படியான கூறுத் திட்டம் பின்வருமாறு: கூறிலுள்ள n பொருட்களுக்கு $\frac{P_1}{P_o}$ கணக்கிடப்படுகிறது.

$\frac{P_1}{P_o} \geqslant A$ என்றால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

$\frac{P_1}{P_o} \leqslant B$ என்றால் குவியல் ஏற்கப்படுகிறது.

$B < \frac{P_1}{P_o} < A$ என்றால் சோதனை தொடரப்படுகிறது.

நடைமுறையில் இவற்றிற்கான மடக்கை (Logarithm) எடுக்கப் படுகிறது. $\log A = a$ என்றும் $\log B = -b$ என்று மிருக்கட்டும். பிறகு மேற்குறித்த முறை கீழ்க் கண்டவாறிருக்கும்:

$\log \frac{P_1}{P_o} \geqslant a$ என்றால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

$\log \frac{P_1}{P_o} \leqslant -b$ என்றால் குவியல் ஏற்கப்படுகிறது.

$-b < \log \frac{P_1}{P_o} < a$ என்றால் சோதனை தொடரப்படுகிறது.

குவியலின் தரம் குறைப் பின்னமாகக் கொடுக்கப்படுகிறபோது, பொருள்கள் பண்பளவை முறையில் அளக்கப்பட்டால், (மாறிகளாக இருந்தாலும் பண்பளவைகளாக மாற்றிக் கொள்ளலாம்) AQL, $LTPD$, α, β இவற்றை வைத்துப் படிப்படியான கூறுத் திட்டம் அமைக்கலாம். $AQL = p_1$ என்றும் $LTPD = p_2$ என்றுமிருக்கட்டும். n பொருட்கள் உள்ள கூறில் m குறைபாடுகள் இருந்தால்

$$P_o = p_1^m(1-p_1)^{n-m}$$

இதேபோல் $P_1 = P(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n/H_1)$

$$= p_2^m(1-p_2)^{n-m}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{p_2^m(1-p_2)^{n-m}}{p_1^m(1-p_1)^{n-m}}$$

$$\therefore \quad \log \frac{P_1}{P_\circ} = m \log \frac{p_2}{p_1} + (n-m) \log \left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)$$

$$m \log \frac{p_1}{p_1} + (n-m) \log \left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right) \geqslant a$$

என்றிருந்தால் H_1 ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது, அதாவது குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

அதாவது $$m\left[\log \frac{p_2}{p_1} - \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)\right] \geqslant a - n \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)$$

அதாவது $$m \geqslant \frac{a - n \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)}{\log \frac{p_2}{p_1} - \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)}$$

அதாவது $$m \geqslant \frac{a + n \log\left(\frac{1-p_2}{1-p_1}\right)}{\log \frac{p_2}{p_1} + \log\left(\frac{1-p_1}{1-p_2}\right)}$$

$\log \frac{p_2}{p_1} = g_1$ என்றும் $\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_2}\right) = g_2$ என்றுமிருக்கட்டும்.

பிறகு $$m \geqslant \frac{a + g_2^n}{g_1 + g_2}$$

அதாவது $$m \geqslant \frac{a}{g_1 + g_2} + s\,n \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$\left(s = \frac{g_2}{g_1 + g_2}\right)$$

என்றிருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும்.

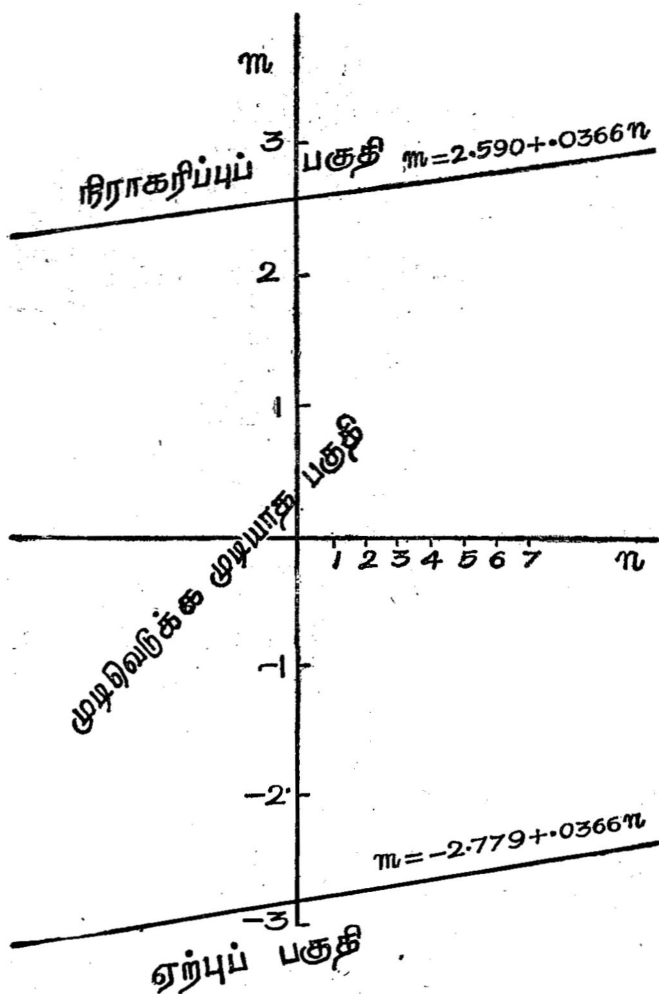
இதே போன்று $$\log \frac{P_1}{P_\circ} \leqslant -b$$

அதாவது $m \leqslant \dfrac{-b}{g_1 + g_2} + s\,n$ என்றிருந்தால் $H_\circ$ உண்மையாயிருக்கும்; குவியல் ஏற்கப்படும்.

$$\frac{-b}{g_1 + g_2} + sn < m < \frac{a}{g_1 + g_2} + sn$$

என்றிருந்தால் அடுத்த பொருள் எடுக்கப்பட்டுச் சோதனை தொடர்கிறது.

இந்த முறைக்கு வரைபடமும் வரையலாம்.



படம் 30.

$$m = h_2 + sn \qquad \text{......(4)}$$

$$\left(h_2 = \frac{a}{g_1 + g_2} \right)$$

$$m = -h_1 + sn \qquad \text{......(5)}$$

$$\left(h_1 = \frac{+b}{g_1 + g_2} \right)$$

என்ற இரு இணை கோடுகள் ($n\ x$ அச்சிலும், $n\ y$ அச்சிலும் எடுக்கப் பட்டு) வரையப்படுகின்றன. (n, m) என்ற புள்ளி (4)வது கோட்டில் அல்லது அதற்கு மேல் விழுந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படுகிறது. (5)வது கோட்டில் அல்லது அதற்குக் கீழே விழுந்தால் குவியல் ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது. இரண்டிற்கும் இடைப்பட்ட பகுதியில் விழுந்தால் சோதனை தொடரப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டுக் கணக்கு : $AQL = p_1 = \cdot 02,\ \alpha = \cdot 05,$ $LTPD = p_2 = \cdot 06,\ \beta = \cdot 04$ என்றுள்ள படிப்படியான கூறுத் திட்டம் காண்க.

$$a = log\frac{1-\beta}{\alpha} = log\ \frac{\cdot 96}{\cdot 05}$$

$$= log\ \cdot 96 - log\ \cdot 05$$

$$= 1\cdot 2833$$

$$-b = log\frac{\beta}{1-\alpha} = log\ \frac{\cdot 04}{\cdot 95}$$

$$= log\ 4 - log\ 95$$

$$= -1\cdot 3756$$

$$g_1 = log\frac{p_2}{p_1} = log\ \frac{\cdot 06}{\cdot 02}$$

$$= \cdot 4772$$

$$g_2 = log\frac{1-p_1}{1-p_2} = log\ \frac{\cdot 98}{\cdot 94}$$

$$= \cdot 0181$$

$$-h_1 = \frac{-b}{g_1+g_2} = \frac{-1\cdot 3756}{\cdot 4772+\cdot 0181} = -2\cdot 779$$

$$h_2 = \frac{a}{g_1+g_2} = \frac{1\cdot 2833}{\cdot 4953} = 2\cdot 590$$

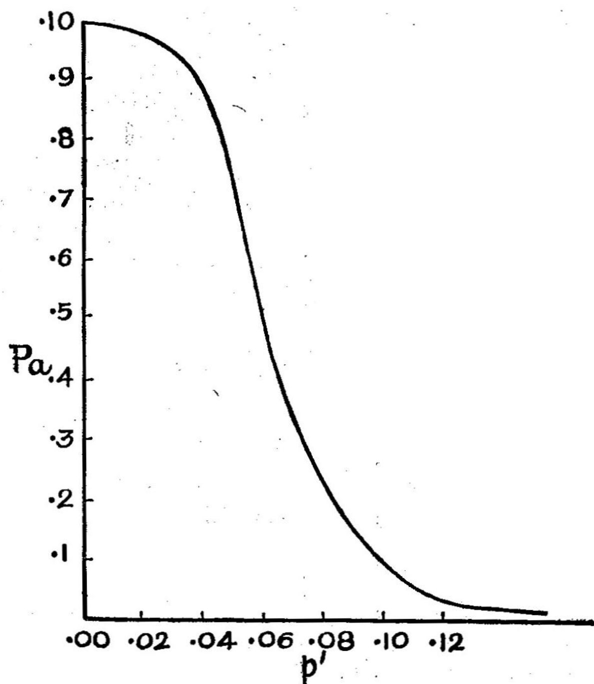
கூறுத் திட்டம் பின்வருமாறு :

$m \geqslant 2\cdot 590 + \cdot 0366\ n$ ......(5) என்றிருந்தால் குவியல் நிராகரிக்கப்படும்.

$m \leqslant -2\cdot 779 + \cdot 0366\ n$ ......(6) என்றிருந்தால் குவியல் ஏற்றுக்கொள்ளப்படும்.

$-2\cdot 779 + \cdot 0366 < m < 2\cdot 590 + \cdot 0366\ n$ ......(7) என்றிருந்தால் சோதனை தொடரப்படும்.

(5), (6) நேர்கோடுகள் வரைபடத்தில் வரையப்பட்டுள்ளன.



படம் 31.

நேர் கோடு (5)

n	m
0	2·590
1	2·626
4	2·738

நேர் கோடு (6)

n	m
0	−2·779
0	−2·742
4	−2·631

OC **வரை :** இது வரைவதற்கான வழி முறைகளை வால்ட் விவ மாகக் கொடுத்துள்ளார். இந்தத் துறையில் *OC* வரைக்கு கீழ்க்கண்ட 5 புள்ளிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

p_1	P_a
0	1
p_1	$1-\alpha$
s	h_2/h_1+h_2
p_2	β
1	0

கொடுக்கப்பட்ட திட்டத்திற்கான OC வரைப் புள்ளிகள்.

p_1	P_a
0	1
·02	0·95
·036	0·48
·06	0·04
1·00	0·00

பட்டியல் A

கூட்டுச் சராசரியின் கட்டுப்பாட்டு வரைக்கான நிலையெண்கள்

Control chart constants–$\overline{X}$ chart

கூறின் உருவ அளவு n	A	A_1	A_2
2	2·121	3·760	1·880
3	1·732	2·394	1·023
4	1·500	1·880	0·729
5	1·342	1·596	0·577
6	1·225	1·410	0·483
7	1·134	1·277	0·419
8	1·061	1·175	0·373
9	1·000	1·094	0·337
10	0·949	1·028	0·308
11	0·905	0·973	0·285
12	0·866	0·925	0·266
13	0·832	0·884	0·249
14	0·802	0·848	0·235
15	0·775	0·816	0·223

பட்டியல் B

திட்ட விலக்கக் கட்டுப்பாட்டு வரைக்கான நிலையெண்கள்

σ-chart constants

n	மையக் கோட்டிற் குரிய எண் C_2	எல்லைக் கோடுகளுக்குரிய எண்கள்			
		B_1	B_2	B_3	B_4
1	—	—	—	—	—
2	0·5642	0	1·843	0	3·267
3	0·7236	0	1·858	0	2·568
4	0·7979	0	1·808	0	2·266
5	0·8407	0	1·756	0	2·089
6	0·8686	0·026	1·711	0·030	1·970
7	0·8882	0·105	1·672	0·118	1·882
8	0·9027	0·167	1·638	0·185	1·815
9	0·9139	0·219	1·609	0·239	1·761
10	0·9227	0·262	1·584	0·284	1·716
11	0·9300	0·299	1·561	0·321	1·679
12	0·9359	0·331	1·541	0·354	1·646
13	0·9410	0·359	1·523	0·382	1·618
14	0·9453	0·384	1·507	0·406	1·594
15	0·9490	0·406	1·492	0·428	1·572

பட்டியல் C

R-வரை நிலையெண்கள்

R-chart constants

n	மையக் கோட்டிற் குரிய எண் d_2	எல்லைக் கோடுகளுக்குரிய எண்கள்			
		D_1	D_2	D_3	D_4
2	1·128	0	3·686	0	3·267
3	1·693	0	4·358	0	2·575
4	2 059	0	4·698	0	2·282
5	2·326	0	4·918	0	2·115
6	2·534	0	5·078	0	2·004
7	2·704	0·205	5·203	0·076	1·924
8	2·847	0·387	5·307	0 136	1·864
9	2·970	0·546	5·394	0·184	1·816
10	3·078	0·687	5·469	0·223	1·777
11	3·173	0·812	5·534	0·256	1·744
12	3·258	0·924	5·592	0·284	1·716
13	3·336	1·026	5·646	0 308	1·692
14	3·407	1·121	5·693	0·329	1·671
15	3·472	1·207	5·737	0·348	1·652

பட்டியல்கள் *A*, *B*, *C* **American society for Terting and Materials** அவர்களின் அனுமதியுடன் எடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பட்டியல் D

திட்ட விலக்கத்திற்கான ஒருகூறு முறை

$AQL=\sigma_1'$ $RQL=\sigma_2'$ $\alpha=\beta$

$\sigma^{-2} < K$ நிராகரி, $\sigma^{-2} \leqslant K$ ஏற்றுக்கொள்

கூறின் உருவ அளவு n (1)	σ_2'/σ_1' α, βவிற்கு				$\sigma_1'^2$ உடன் பெருக்க வேண்டிய தொகை			
	·10 (2)	·05 (3)	·02 (4)	·01 (5)	·10 (6)	·05 (7)	·02 (8)	·01 (9)
2	13·1	31·3	92·8	206·0	1·35	1·92	2·71	3·32
3	4·67	7·63	13·9	21·4	1·53	2·00	2·61	3·07
4	3·27	4·71	7·29	9·93	1·56	1·95	2·46	2·84
5	2·70	3·65	5·22	6·69	1·56	1·90	2·33	2·66
6	2·40	3·11	4·22	5·22	1·54	1·85	2·23	2·51
7	2·20	2·76	3·64	4·39	1·52	1·80	2·15	2·40
8	2·06	2·55	3·26	3·86	1·50	1·76	2·08	2·31
9	1·96	2·38	2·99	3·49	1·48	1·72	2·02	2·23
10	1·88	2·26	2·79	3·22	1·47	1·69	1·97	2·17
11	1·81	2·16	2·63	3·01	1·45	1·66	1·92	2·11
12	1·76	2·07	2·50	2·85	1·44	1·64	1·88	2·06
13	1·72	2·01	2·40	2·71	1·43	1·62	1·85	2·02
14	1·68	1·95	2·31	2·60	1·42	1·60	1·82	1·98
15	1·64	1·89	2·24	2·50	1·40	1·58	1·79	1·94
16	1·62	1·86	2·17	2·42	1·39	1·56	1·77	1·91
17	1·59	1·82	2·12	2·35	1·38	1·55	1·74	1·88
18	1·57	1·78	2·07	2·28	1·38	1·53	1·72	1·86
19	1·55	1·75	2·02	2·23	1·38	1·52	1·70	1·83
20	1·53	1·73	1·98	2·18	1·36	1·51	1·68	1·81
21	1·51	1·70	1·95	2·13	1·35	1·50	1·67	1·79
22	1·50	1·68	1·91	2·09	1·35	1·49	1·65	1·77
23	1·48	1·66	1·88	2·05	1·34	1·47	1·64	1·75
24	1·47	1·64	1·86	2·02	1·33	1·47	1·62	1·73
25	1·46	1·62	1·83	1·99	1·33	1·46	1·61	1·72
26	1·44	1·61	1·81	1·96	1·32	1·45	1·60	1·70
27	1·43	1·59	1·79	1·93	1·32	1·44	1·59	1·69
28	1·42	1·58	1·77	1·91	1·31	1·43	1·58	1·68
29	1·41	1·56	1·75	1·89	1·31	1·43	1·57	1·66
30	1·41	1·55	1·73	1·87	1·30	1·42	1·56	1·65
31	1·40	1·54	1·72	1·84	1·30	1·41	1·55	1·64
40	1·34	1·46	1·60	1·71	1·27	1·36	1·48	1·56
50	1·30	1·40	1·52	1·61	1·24	1·33	1·43	1·50
60	1·27	1·36	1·46	1·54	1·22	1·30	1·39	1·45
70	1·25	1·33	1·42	1·49	1·21	1·28	1·36	1·42
80	1·23	1·30	1·39	1·45	1·19	1·26	1·34	1·39
90	1·21	1·28	1·36	1·42	1·18	1·24	1·32	1·37
100	1·20	1·26	1·34	1·39	1·17	1·23	1·30	1·35

BIBLIOGRAPHY

'Statistical Quality Control': By E. L. Grant (Mc Graw—Hill Book Company)

'Engineering Statistics and Quality Control': By Irving W. Burr (Mc Graw—Hill Book Company)

'Sampling Inspection Tables': By Dodge and Romig (John Wiley & Sons Inc. New York)

'Control Charts in Factory Management' By W. B. Rice (John Wiley & Sons)

'The Statistical Basis of Quality Control Charts': By S. K. Ekambaram (Asia Publishing House)

'Economic Control of Quality of Manufactured Product': By W. A. Shewhart (D. Van Nostrand Co, New York)

'Sampling Inspection by Variables': By Bowker and Goode (Mc Graw—Hill)

'The Statistical Basis of Acceptance Sampling': By S. K. Ekambaram (Asia Publishing House)

'Mil-Std-105-Sampling Procedures and Tables for Inspection by attributes': Superintendent of Documents, Washington, D. C.

Statistical Research Group, Columbia Uuiversity 'Sampling Inspection'

'Sequential Analysis': Wald A. (John Wiley)

'The Application of Statistical Methods to Industrial Standardisation and Quality Control': British Standards Institution, London.

An Engineer's Manual of Statistical Methods: By L. E. Simon (John Wiley)

இதில் பயன்படுத்தப்பட்ட புதிய தமிழ்ச் சொற்கள்

Assignable Causes : குறிப்பிடத்தக்க காரணங்கள், தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள்

Acceptable Quality Level : ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்க தரநிலை

Average outgoing Quality : வெளியேறும் சராசரித் தரம், வெளியேறும் மையத் தரம்

Average outgoing Quality Limit : வெளியேறும் தரத்தின் கீழ் மட்டம்

Consumer's risk : துய்ப்பவரின் இடர்பாடு

Likelihood : வாய்ப்பு நிலை

Lot Tolerence Percent Defective : துய்ப்பவர் நிராகரிக்கும் தரநிலை

Operation Characteristic Curve : குணங்காட்டி வரை

Operation Characteristic function : குணங்காட்டிச் சார்பு

Producer's risk : உற்பத்தியாளரின் இடர்பாடு

Upper Control limit : மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு, மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை

Acceptance Sampling : கூறு முறையில் குவியல் வாங்கல்

நூலிற்கான கலைச் சொற்கள்

Acceptance Sampling	—	கூறு முறையில் குவியல் வாங்கல்
Arithmetic mean	—	கூட்டுச் சராசரி
Assignable causes	—	குறிப்பிடத்தக்க காரணங்கள், தவிர்க்கத்தக்க காரணங்கள்
Attributes	—	பண்பு
Average	—	சராசரி
Bad lot	—	தரமில்லாத குவியல்
Bearing Valve	—	பேரிங் வால்வ்
Binomial Distribution	—	இருகைப் பரவல்
Chance Variation	—	இயல்பான மாற்றங்கள்
Characteristic	—	குணம்
Class	—	பிரிவு
Constant	—	நிலையெண்
Consumers	—	துய்ப்போர்
Consumer's risk	—	துய்ப்போரின் இடர்பாடு
Defect	—	குறைகள்
Defectives	—	குறையுடையவை, குறைபாடுகள்
Degrees of freedom	—	சமன்பாட்டுப்படி
Diameter	—	விட்டம்
Distribution	—	பரவல்
Double Sampling Plan	—	இருகூறு முறை, இருகூறுத் திட்டம்
Estimate	—	மதிப்பீடு
Fraction Defective	—	குறைப் பின்னம்
Frequency Distribution	—	அலைவெண் பரவல்
Function	—	சார்பலன்
Good lot	—	தரமான குவியல்
Group Control Charts	—	தொகுதிக் கட்டுப்பாட்டு வரைகள்
Hypergeometric Distribution	—	ஹைபர் ஜியோமிதிப் பரவல்
Hypothesis	—	எடுகோள்
Inspection	—	சோதனை
Likelihood	—	வாய்ப்பு நிலை
Lot	—	குவியல்

Lower Control Limit	— கீழ்மட்டக் கட்டுப்பாடு, கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை
Moving Range	— நகரும் வீச்சு
Multiple Sampling Plan	— பலகூறுத் திட்டம்
Normal Distribution	— இயல்நிலைப் பரவல்
Operation Characteristic curve	— குணங்காட்டி வரை
OC Curve	— OC வரை
Poisson Distribution	— பாய்ஸான் பரவல்
Population	— முழுமைத் தொகுதி
Probability	— நிகழ்தகவு
Producer's risk	— உற்பத்தியாளரின் இடர்பாடு
Random	— ராண்டம்
Range	— வீச்சு
Risk	— இடர்பாடு
Specification	— குறியளவு
Specification Lower	— கீழ்க் குறியளவு
Specification Upper	— மேற் குறியளவு
Sample	— கூறு, மாதிரி
Sampling Distribution	— கூறுப் பண்புப் பரவல்
Sample Size	— கூறின் உருவ அளவு
Sequential Sampling Plan	— படிப்படியான கூறுத் திட்டம், படிப்படியான கூறு முறை
Single Sampling Plan	— ஒருகூறு முறை, ஒருகூறுத் திட்டம்
Slanting Control Chart	— சாய்ந்த கட்டுப்பாட்டு வரை
Standarad Plans	— தரமான திட்டங்கள்
Statistic	— கூறின் அளவை
Symmetrical	— சமச்சீரான
Term	— கோவை
Tensile Strength	— இழுப்பு பலம்
Upper Control Limit	— மேல்மட்டக் கட்டுப்பாடு, மேற் கட்டுப்பாட்டு எல்லை
Unit	— அலகு
Valve	— வால்வ்
Variables	— மாறிகள்
Variance	— மாறுபாடு
Viscosity	— பாகு நிலை

